THESE

Présentée par

Rafaï Mourad MADANI

Pour obtenir le titre de Docteur
de l'Université Joseph Fourier - Grenoble 1
(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et
du 30 Mars 1992)

en Informatique

Spécialité : Recherche Opérationnelle

GENERALISATIONS D'HYPERCUBES ET DE (0, 2)-GRAPHES

Soutenue le **7 MARS 1994** devant la commission d'examen :

Nguyen Huy XUONG	Président
Ivan HAVEL	Rapporteurs
Henry Martyn MULDER	
Ahmed AINOUCHE	Examinateurs
Jean Marie LABORDE	
Charles PAYAN	
Claude BENZAKEN	Invité

Thèse préparée au sein du Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique de l'IMAG

TABLE DES MATIERES

Résumé:

L'hypercube a suscité de nombreuses études engendrant une littérature très dense aussi bien en mathématiques discrètes qu'en informatique. Cet intérêt sans cesse croissant est largement motivé par l'utilisation de sa structure dans de nombreux domaines (architectures parallèles, transfert de l'information, décision multicritère, ...). Chacun peut s'étonner des raisons qui font que le cube soit le cube?. Sa simple définition peut déjà apporter une réponse quoique partielle à une telle question. Plusieurs propriétés spécifiques à l'hypercube ont, soit, défini de nouvelles classes de graphes, soit, fait ressortir le rôle remarquable joué par celui-ci dans plusieurs classes déjà existantes. Les (0, 2)-graphes sont une généralisation naturelle de l'hypercube qui a la propriété d'être maximal dans cette classe. Ce travail a concerné quelques propriétés de ces graphes. Après un rappel au chapitre I des définitions et notations utilisées, la notion de A-graphes ($A \subset \mathbb{N}$) est définie au chapitre II. La classe des $\{2(n-2), 2(n-1)\}$-graphes est ensuite abordée permettant la caractérisation de l'hyperoctaèdre comme celui d'ordre 2n. L'objet du chapitre III, est l'étude de quelques classes de (0, 2)-graphes. Nous donnons une preuve simple de la caractérisation de l'hypercube de dimension d comme graphe distance-régulier de vecteur d'intersection {d, d-1, ..., 1; 1, 2, ..., d}. Nous exhibons ensuite une classe minimale de (0, 2)-graphes: les graphes de Shrikhande généralisés. Nous montrons que ce sont les seuls (0, 2)-graphes pouvant être obtenus à partir de l'hypercube par rajout d'arêtes entre sommets à distance deux. Les graphes de Laborde-Mulder y sont ensuite caractérisés comme (0, 2)-graphes de diamètre minimum [d/2] parmi ceux d'ordre 2^{d-1} et de degré d impair. Au chapitre IV, nous caractérisons parmi les hypercubes généralisés ceux qui sont des (0, 2)-graphes. Nous présentons une classe de (0, 2)-graphes non sommet-transitifs qui constituent un contre exemple à la conjecture de H.M. Mulder sur les graphes intervalle-réguliers. Dans un dernier chapitre, nous nous intéressons au problème d'existence de (0, 2)-graphe d'un ordre donné. Nous présentons quelques résultats sur la structure locale des (0, 2)-graphes.Nous donnons ensuite une condition nécessaire d'existence de tels graphes pour un ordre impair. Nous montrons enfin qu'il n'en existe pas pour un ordre 18, tout en présentant une méthode de construction de (0, 2)-graphes.

MOTS CLES:

$(0, \lambda)$-Graphes, Hypercubes, Extended Odd Graphs, Halfcubes, Diamètre, Sommets Antipodaux, Identification de sommets, Biplans, Configurations symétriques.