

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DE MED. KHIDER BISKRA  
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

# MEMOIRE

*Présenté pour obtenir le Diplôme de Magistère  
en Mathématiques*

## THEME

Comportement asymptotique presque sûre de la moyenne  
empirique pour les distributions à  
queues lourdes

### Option

Analyse & Modèles Aléatoires

Présenté Par :  
DJABER Ibtissem

Devant Le Jury :

<u>Président :</u>	B. MEZERDI	PR	U. Biskra.
<u>Rapporteur :</u>	A. NECIR	MC	U. Biskra.
<u>Examineur :</u>	Z. MOHDEB	MC	U. Mentouri Constantine.
<u>Examineur :</u>	L. MELKEMI	MC	U. Biskra .

## Résumé

Dans ce mémoire nous établissons la loi de logarithme itéré qui décrit le comportement presque sûre d'un estimateur asymptotiquement normale pour la moyenne des distributions à queues lourdes donné récemment par Peng (2001). Nos arguments sont basés sur les approximations fortes du processus empirique par une suite de ponts Brownien iid (voir par exemple Einmahl et Mason (1988)).

Mots-clés : Queue lourde; Estimateur de Hill; Loi stable; Moyenne tronquée; Loi de logarithme itéré.

## Abstract

Here we establish a law of the iterated logarithm describing the almost sure behavior for an asymptotically normal estimator of the mean of a heavy tailed distribution given recently by Peng (2001). Our arguments are based on the strong approximations of the empirical process by a sequence of iid Brownian bridges (see e.g. Einmahl et Mason (1988)).

Keywords : Heavy tails; Hill's estimator; Stable law; Trimmed mean; Law of the iterated logarithm.

## ملخص:

نحقق في هذه المذكرة قانون اللوغاريتم المتكرر الذي يصف السلوك المؤكد تقريبا لمقدر تقاربي طبيعي لمتوسط التوزيعات ذوات الذيل الثقيل ، المعطى حديثا من طرف Peng(2001) . نعتد في هذه الدراسة على التقريبات القوية للسيرورة التجريبية بمنتالية السدود البراونيانية (Brownien) المستقلة ومتساوية التوزيعات (Einmahl et Mason1988) .

# Table des matières

0.1	<b>Introduction</b> . . . . .	3
<b>1</b>	<b>Préliminaires</b>	<b>6</b>
1.1	Statistique d'ordre . . . . .	6
1.2	Loi de la statistique d'ordre . . . . .	6
1.3	Domaine d'attraction . . . . .	8
1.4	Loi du logarithme itéré . . . . .	11
1.5	Comportement presque sûr du processus des quantiles uni- forme pondérés . . . . .	14
1.5.1	Lois fonctionnelles du logarithme itéré pour le proces- sus empirique des quantiles pondérés . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Estimation de l'index des queues de distribution</b>	<b>20</b>
2.1	Estimateur de Pickands . . . . .	20
2.1.1	Construction de l'estimateur . . . . .	21
2.1.2	Consistance de l'estimateur de Pickands . . . . .	22
2.1.3	Normalité asymptotique de $\hat{\alpha}_{n,m}^P$ . . . . .	22
2.2	Estimateur de Hill . . . . .	23
2.2.1	Consistance de l'estimateur de Hill . . . . .	23
2.2.2	Normalité asymptotique de $\hat{\alpha}_{n,k_n}^H$ . . . . .	24

2.3	Estimateur du moment . . . . .	25
2.3.1	Construction de l'estimateur du moment . . . . .	25
2.3.2	Normalité asymptotique de l'estimateur du moment . .	27
2.4	Estimateur du moindre carée . . . . .	28