

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
Université Colonel Hadj Lakhdar – Batna -

Faculté des sciences  
Département de Mathématiques

Mémoire de magistère en Mathématiques

Option : Techniques d'analyse fonctionnelle en vue d'applications

Présenté par : ROUIBI SAMIRA

## THÈME

# *Dualité de Fenchel En optimisation non convexe*

Soutenu le: 19/04/2004, devant le jury:

Président : Mr. B.MEZERDI Prof. Université de Biskra.

Encadreur : Mr. R.BENACER Prof. Université de Batna.

Examineur : Mr. S.REBIAI M.C Université de Batna.

Mr. K.MASSAOUDI Prof. Université de Batna.

## ملخص.

بلغت المسألة الثنوية لفنشل درجة هامة جدا في حل المسائل غير المحدبة. في هذه المذكرة ندرس الناحية النظرية لهذه المسألة الثنوية. حيث نتعرض لدراسة مفصلة للمسألة غير المحدبة d.c. لأن هذا النوع من المسائل غير المحدبة يعتبر أحسن ممثل لكل المسائل غير المحدبة المعروفة في الوقت الحالي .

ونعزز أخيرا هذه الدراسة ببعض الأمثلة التطبيقية.

الكلمات المفتاحية. المسألة غير المحدبة- المسألة d.c - المسألة الثنوية لفنشل.

## **Abstract :**

The **Fenchel** duality in nonconvex optimization have attained a very high level of importance. In this thesis, we study of the theoretical side of this duality where we have given a detailed description of the d.c problem because this class of nonconvex problems is currently considered as the best representative of the all well known nonconvex problems.

Finally we reinforce this study by giving some practical examples.

**Key words:** nonconvex problem- d.c problem- Fenchel duality.

## Résumé :

La dualité de **Fenchel** en optimisation non convexe a atteint un niveau d'importance très élevé . Dans ce mémoire on étudie le côté théorique de cette dualité, où on a donné une étude détaillée du problème d.c puisque cette classe des problèmes non convexes est considérée actuellement comme étant la meilleure représentante des problèmes non convexes.

Finalement on renforce cette étude par quelques exemples d'ordre pratique.

**Mots clefs :** problème non convexe - problème d.c - dualité de Fenchel.

# SOMMAIRE

<b>Index des notations</b> .....	<b>1</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>3</b>
<b>Chapitre 1: Présentation des notions élémentaires</b> .....	<b>5</b>
1.1 Rappel et définitions d'éléments de Topologie .....	5
1.2 Rappel et définitions d'éléments d'analyse convexe .....	7
1.2.1 Fermeture d'une fonction convexe .....	11
1.2.2 La fonction conjuguée .....	11
1.3 Programmation mathématique .....	14
1.4 Dualité en programmation mathématique .....	14
<b>Chapitre 2: Dualité de Fenchel pour les problèmes non convexes</b> .....	<b>18</b>
2.1 Définition et classification des programmes mathématiques non convexes .....	19
2.1.1 Définition d'un programme non convexe .....	19
2.1.2 Classification des programmes mathématiques non convexes .....	19
2.2 Etude du problème d.c. ....	20
2.3 Dualité de Fenchel en optimisation d.c. ....	23
2.3.1 Dualité de Fenchel .....	23
2.3.2 Utilisation de la dualité de Fenchel en optimisation d.c. ....	25
<b>Chapitre 3: Applications de la dualité de Fenchel pour des problèmes     particuliers</b> .....	<b>38</b>
3.1 Minimisation de la distance pour le complément dans un convexe .....	38
3.2 Minimisation de la distance pour le complément dans un polyèdre .....	41
3.2.1 Cas particuliers .....	43
<b>Conclusion</b> .....	<b>47</b>
<b>Bibliographie</b> .....	<b>48</b>