

REPUBLICUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER DE BISKRA
FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

MEMOIRE DE MAGISTER

Présentée par

CHALA ADEL

Spécialité : *Mathématiques*

Option : *Probabilités et processus stochastiques*

**PRINCIPE DU MAXIMUM EN CONTRÔLE STOCHASTIQUE
SINGULIER**

Soutenu le

Devant le jury composé de :

Pr MEZERDI Brahim	Professeur	Université De Biskra	Président
Dr BAHLALI Saïd	M.A chargé de cours	Université De Biskra	Rapporteur
Dr REBIAI Salah Eddine	Maître de Conférence	Université De Batna	Examineur
Dr MELKEMI Lamine	Maître de Conférence	Université De Biskra	Examineur

Résumé

Dans ce travail, nous nous intéressons aux conditions nécessaires d'optimalité en contrôle optimal stochastique dont le système est gouverné par des diffusions singulières. Ces conditions nécessaires seront établies sous forme de principe du maximum et on démontre trois résultats nouveaux.

Le premier résultat concerne le principe du maximum pour des diffusions singulières dont les coefficients sont non linéaires, de plus, on ne suppose pas que les coefficients de la fonction coût sont convexes. Le résultat sera obtenu en utilisant des perturbations faibles sur les contrôles et une méthode variationnelle simple. Ceci constitue une généralisation du résultats obtenu par Haussman-Cadellinas et aussi celui obtenu par Bensoussan.

Le deuxième résultat concerne le problème des contrôles relaxés qui sont des processus à valeurs mesures et dont le model constitue une généralisation du problème ordinaire. On établit un principe du maximum relaxé pour des diffusions singulières à coefficients linéaires dans le cas où le coefficient de diffusions ne dépend pas du terme contrôle. Le résultat sera obtenu en utilisant le principe variationnel d'Ekeland et un principe de minimisation des fonctionnelles convexes et Gateaux-différentiables.

Le troisième résultat concerne le principe du maximum relaxé pour des diffusions singulières dont les coefficients ne sont pas linéaire et en ne supposant plus que les coefficients de la fonction coût sont convexes. Le résultat sera obtenu en utilisant le principe variationnel d'Ekeland et en faisant une perturbation faible sur des contrôles ε_n -optimum pour obtenir un principe du maximum approché. Le résultat sera établi par passage à la limite en moyenne quadratique et en utilisant les techniques des équations différentielles stochastiques rétrogrades. Ce résultat constitue une généralisation du principe du maximum relaxé obtenu par S.Bahalali-B.Mezerdi

Mots clés. Equation différentielle stochastique, Diffusion singulière, Contrôle stochastique, Contrôle relaxé, Principe du maximum, Principe variationnel, Equation différentielle stochastique rétrograde, Processus adjoint.

Processus stochastiques et contrôle optimal.

AMS Subject Classification. Primary 93E20, 60H30. Secondary 60G44, 49N10

Plan

Introduction	P I
Chapitre 1 - Principe du maximum en contrôle stochastique pour des diffusions singulières à coefficients linéaires	P 1
1.1 - Formulation du problème et hypothèses	P 1
1.2 - Exemple d'application	P 5
1.3 - Équation adjointe et processus adjoint	P 5
1.4 - Principe du maximum	P 6
1.4.1 --Linéarisation des solutions	P 7
1.4.2 - Dérivabilité au sens de Gateaux de la fonction coût	P 9
1.4.3 - Principe du maximum	P 12
Chapitre 2 - Principe du maximum en contrôle stochastique pour des diffusions singulières à coefficients non linéaires	P 18
2.1 - Formulation du problème et hypothèses	P 18
2.2 - Résultats préliminaires	P 20
2.2.1 - Estimation des solutions	P 20
2.2.2 - Linéarisation de l'équation d'état	P 22
2.3 - Principe du maximum	P 23
2.3.1 - Équation adjointe et processus adjoint	P 29
2.3.2 - Principe du maximum	P 30
Chapitre 3 - Principe du maximum en contrôle stochastique relaxé pour des diffusions singulières à coefficients linéaires	P 33
3.1 - Contrôles relaxés, définitions et propriétés	P 33
3.2 - Position du problème et hypothèses	P 34
3.3 - Le model relaxé	P 37
3.4 - Approximation des trajectoires	P 39
3.5 - Principe du maximum pour un contrôle -optimal	P 41
3.5.1 - Principe du maximum approché	P 45
3.6 - Principe du maximum relaxé	P 47
Chapitre 4 - Principe du maximum en contrôle stochastique relaxé pour des diffusions singulières à coefficients non linéaires	P 53
4.1 - Contrôles relaxés, définitions et propriétés	P 53
4.2 - Position du problème et hypothèses	P 54
4.3 - Le model relaxé	P 56
4.4 - Approximation des trajectoires	P 57
4.5 - Principe du maximum pour un contrôle -optimal	P 60
4.5.1 - Équation adjointe approché et processus adjoint	P 62
4.5.2 - Principe du maximum approché	P 63
4.6 - Principe du maximum relaxé	P 63
Conclusion	P 71
Bibliographie	P 74