

THESE

PRESENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION DU TITRE DE :

DOCTEUR

DE L'UNIVERSITE DE PAU ET DES PAYS DE L'ADOUR

MENTION : MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ✓

PAR

AHMED BOUSSOUAR

ORDRE ET MONOTONIE DANS LES INCLUSIONS DIFFERENTIELLES

Soutenu le 24 Juin 1994 devant le Jury composé de :

Mr. L. THIBAUT

Professeur à l'Université de Montpellier,
Président du Jury et rapporteur

Mr. A. CHERIF

Maître de conférence à l'Université de Nice, rapporteur

Mme M. MADAUNE-TORT

Professeur à l'U.P.P.A., examinateur

Mr. O. ARINO

Professeur à l'U.P.P.A., examinateur

Mr. S. GAUTIER.

Professeur à l'U.P.P.A., examinateur

Mr. M. KIMMEL

Professeur à l'Université de Rice (Houston, USA), examinateur

Mr. M. LANGLAIS

Professeur à l'Université de Bordeaux II, examinateur

Mr. J.P. PENOT

Professeur à l'U.P.P.A., examinateur

TABLE DES MATIERES

1

Fonctions Multivoques & Inclusions Différentielles

	10
1.1 Fonctions multivoques	10
1.2 Continuité des fonctions multivoques	11
1.3 Métrique de Hausdorff	12
1.4 Mesurabilité et intégration des multi-applications.	14
1.4.1 Mesurabilité	14
1.4.2 Intégration	15
1.5 Conditions nécessaires et suffisantes pour que l'intégrale d'une multi-application soit polygonale.	16
1.5.1 Conditions suffisantes	20
1.5.2 Conditions nécessaires	22
1.6 Inclusions différentielles	28
1.6.1 Famille de solutions	29
1.6.2 Ensembles accessibles:	30

2

Ordre et monotonie

33

2.1	Espaces ordonnés	33
2.1.1	Ordre sur un espace topologique	34
2.2	Ordre et monotonie dans le cas multivoque	36
2.2.1	Commentaires sur le choix de l'ordre	39
2.3	Systèmes dynamiques	40
2.3.1	Ensemble oméga-limite	41
2.3.2	Flot monotone	41
2.4	Propriétés qualitatives des équations différentielles de type coopératif dans le plan	42

3

**Inclusions Différentielles
Monotones**

		49
3.1	Systèmes dynamiques généralisés	49
3.2	Ensemble accessible	51
3.2.1	Ensemble accessible monotone (s.d.g. monotone)	52
3.3	Ensembles limites	58
3.3.1	Ensemble invariant	60
3.4	Ensembles limites d'un s.d.g. monotone	61
3.4.1	Dichotomie des ensembles limites	64

4

Sous-différentiel monotone

		78
4.1	Introduction	78
4.1.1	Propriétés du sous-différentiel	80
4.2	Caractérisation des sous-différentiels monotones	80
4.2.1	Position du problème.	80
4.3	Existence d'un plus grand et d'un plus petit élément de ∂f	86

4.4 Exemples d'applications 90