

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR**

**UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA**

# **MEMOIRE**

**PRESENTE A L'INSTITUT DE MATHEMATIQUES  
POUR OBTENIR LE DIPLOME DE**

**MAGISTER**

**EN MATHEMATIQUES APPLIQUEES**

**THEME**

**ANALYSE MATHEMATIQUE ET NUMERIQUE  
DES MODES GUIDES POUR UN DEMI - ESPACE  
ELASTIQUE STRATIFIE**

**PAR**

**SINI MOURAD**

**Soutenu devant la commission d'examen**

*Dr Y. ATIK  
Dr L. CHORFI  
Dr F. NOURI  
Dr A. DJELLIT*

*Président  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur*

*M.C. E.N.S. Kouba  
M.C. Univ. Annaba  
M.C. Univ. Annaba  
C.C. Univ. Annaba*

# SOMMAIRE

<i>Introduction</i> .....	ii
<i>Chapitre I : Position du problème</i> .....	1
1.1 <i>Position du problème</i> .....	3
1.2 <i>Découplage des modes en modes S-H et P-SV</i> .....	6
<i>Chapitre II : Etude des modes P-SV</i> .....	7
2.1 <i>Formulation mathématique</i> .....	9
2.2 <i>Caractérisation du spectre essentiel</i> .....	12
2.3 <i>A propos des valeurs propres plongées dans le spectre essentiel</i> .....	16
2.4 <i>Existence des modes propres</i> .....	19
2.5 <i>Existence du mode fondamental</i> .....	27
2.6 <i>Comportement asymptotique des vitesses de phase à haute et à basse fréquences</i> .....	33
<i>Chapitre III : Approximation numérique des modes P-SV</i> .....	36
3.1 <i>Introduction</i> .....	38
3.2 <i>Formulation de <math>P_1(\beta)</math> sur <math>]0, h[</math></i> .....	39
3.2.1 <i>Solution analytique du problème <math>Q(\omega, \beta)</math></i> .....	40
3.2.2 <i>Opérateur de Dirichlet - Neumann</i> .....	40
3.2.3 <i>Expression de <math>T(\omega, \beta)</math></i> .....	41
3.2.4 <i>Position du problème <math>P_1(\beta)</math> sur <math>]0, h[</math></i> .....	41
3.3 <i>Discrétisation de l'opérateur <math>C_1(\omega, \beta)</math></i> .....	46
3.4 <i>Définition de <math>V_4(I)</math> et théorème de convergence</i> .....	47
3.5 <i>Calcul des coefficients des matrices <math>M</math> et <math>C</math></i> .....	49
3.6 <i>Résultats numériques des modes S-H</i> .....	52
3.6.1 <i>Profil constant par morceaux</i> .....	55
3.6.2 <i>Profil en forme parabolique</i> .....	59
<i>Chapitre IV : Etude spectrale d'un demi-espace élastique stratifié et perturbé</i> .....	62
4.1 <i>Motivation</i> .....	64
4.2 <i>Introduction</i> .....	64
4.3 <i>Etude de la coercivité</i> .....	66
4.4 <i>Caractérisation du spectre essentiel de l'opérateur <math>A(\beta)</math></i> .....	69
<i>Conclusion générale et perspectives</i> .....	76
<i>Annexe 1 : Etude des ondes de Love (S-H) et de Rayleigh</i> .....	78
<i>Annexe 2 : Théorie spectrale des opérateurs auto-adjoints</i> .....	84
<i>Bibliographie</i> .....	92