

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de MAGISTERE
En Mathématiques

Etude numérique des matrices structurées

Option

Analyse & Modèles aléatoires

Présenté par:
Rajah Faouzia

Devant le jury composé de :

| | | |
|----------------------------|-------------------------|------------------------|
| Dr. Brahim Mezerdi | Pr: président | (U.M.K. Biskra) |
| Dr. Rachid Benacer | Pr: Examineur | (U.CHL. Batna) |
| Dr. Abdehakim Necir | M. C: Examineur | (U.M.K. Biskra) |
| Dr. Lamine Melkemi | M. C: Rapporteur | (U.M.K. Biskra) |

Soutenue le : 09 /11 /2003

RESUME

Dans ce mémoire, nous donnons une étude complète sur les matrices structurées, nous nous intéressons aux matrices Toeplitz et Vandermonde et nous présentons une structure de déplacement de type Sylvester pour les matrices de Vandermonde confluentes qui apparaissent comme une généralisation naturelle connue dans le cas d'un système de Vandermonde simple. Notre nouveau résultat dans ce mémoire a comme objectif la résolution d'un système linéaire structuré de Vandermonde confluent par l'utilisation de la méthode d'élimination de Gauss rapide par blocs, qui n'est rien d'autre qu'une répétition finie du complément de Schur.

ABSTRACT

In This memory, we give a complete study on the structured matrices. We are interested in Toeplitz and Vandermonde matrices and we present displacement structure of the sylvester type for the confluent Vandermonde matrices which appear as a natural generalisation well known in the case of the simple Vandermonde system. Our new result has as objective the resolution of a structure Vandermond's linear system which is confluent, by the use of the rapid elimination Gauss's method by blocks, which is a finished repetition of Schur's complement.

Table des matières

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduction générale. | 3 |
| 2 | Transformation Discrète de Fourier. | 7 |
| 2.1 | TDF et inverse : | 8 |
| 2.2 | TDF et polynômes : | 9 |
| 2.3 | TDF et matrices circulantes : | 10 |
| 2.4 | FFT itérative : | 11 |
| 2.5 | Analyse de l'erreur : | 15 |
| 3 | Matrices Toeplitz. | 18 |
| 3.1 | Structure de déplacement pour les matrices Toeplitz : | 19 |
| 3.2 | matrices Toeplitz spéciales : | 22 |
| 3.2.1 | Matrices Toeplitz circulantes : | 22 |
| 3.2.2 | Matrices Toeplitz triangulaires : | 23 |
| 3.3 | Produit d'une matrice Toeplitz par un vecteur : | 28 |
| 3.4 | Transformation en une matrice Toeplitz : | 30 |
| 4 | Structures de déplacement des matrices de Vandermonde. | 32 |
| 4.1 | matrices de Vandermonde : | 32 |
| 4.2 | matrices de Vandermonde par blocs : | 35 |
| 4.3 | Matrices de Vandermonde confluentes : | 36 |
| 4.4 | Structure de déplacement pour les matrices de Vandermonde confluentes : | 37 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 5 | Elimination de Gauss pour les matrices de Vandermonde confluentes. | 42 |
| 5.1 | Stabilité de la structure de déplacement par le complément de Schur : | 43 |
| 5.2 | Structure de déplacement de W : | 45 |
| 5.3 | Structures de déplacement pour les éléments en blocs : | 49 |
| 5.3.1 | Stockage de la première ligne de W : | 50 |
| 5.3.2 | Stockage de la première colonne de W : | 51 |
| 5.3.3 | Stockage de la première ligne de $S^k(W)$: | 51 |
| 5.3.4 | Stockage de la première colonne de $S^k(W)$: | 53 |
| 5.4 | Opérations rapides sur les éléments en blocs. | 55 |
| 5.5 | L'algorithme d'élimination de Gauss par blocs et complexité : | 59 |
| 6 | Annexe des travaux pratiques. | 64 |