

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene  
Faculté des Mathématiques  
Département de Recherche Opérationnelle



Thèse présentée pour l'obtention du grade de Magister en Mathématiques  
Spécialité : Recherche Opérationnelle (Mathématiques de Gestion)  
Par : MOUMENE Adel

### THEME

**CONTRIBUTION ALGORITHMIQUE POUR LA  
RESOLUTION D'UN PROGRAMME LINEAIRE  
MULTI-OBJECTIFS EN NOMBRES ENTIERS**

Soutenue le 30/09/2002 devant le jury :

<b>Mrs. ABID Mahdi,</b>	<b>Maître de conférences,</b>	<b>Président</b>
<b>ABBAS Moncef,</b>	<b>Professeur,</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>AÏDER Méziane,</b>	<b>Maître de conférences,</b>	<b>Examineur</b>
<b>BERRACHEDI Abdelhafid,</b>	<b>Maître de conférences,</b>	<b>Examineur</b>
<b>CHERGUI Mohamed El Amine,</b>	<b>Chargé de Recherche,</b>	<b>Examineur</b>
<b>MOULAI Mustapha,</b>	<b>Chargé de Recherche,</b>	<b>Examineur</b>

# Sommaire

Introduction générale .....	4
<b>Chapitre 1 : Notions sur la programmation linéaire</b>	
1 Introduction .....	7
2. Propriétés des points et des ensembles dans $\mathbb{R}^n$ .....	7
2.1 Ensembles ouverts et fermés .....	7
2.2 Ensembles convexes et points extrêmes .....	8
2.3 Dimension et addition d'ensembles .....	9
2.4 Hyperplans et demi espaces .....	10
2.5 Ensembles connexes .....	11
3. Quelques résultats sur la programmation linéaire en variables continues .....	12
3.1 Formulation du problème .....	12
3.2. Caractérisation des solutions réalisables .....	14
3.3. Caractérisation géométrique des solutions optimales .....	14
3.4. Propriétés fondamentales de caractérisation des sommets .....	15
3.5. L'algorithme simplexe .....	15
3.6. L'algorithme dual simplexe .....	15
4. Quelques résultats sur la programmation linéaire en variables entières .....	17
4.1 Formulation du programme linéaire en nombres entiers .....	17
4.3 Méthodes des coupes pour la résolution d'un problème ILP .....	18
4.4 Méthode duale fractionnaire .....	20
5. Procédure par séparation et évaluation (Branch and Bound) .....	21

## Chapitre 2 : Programmation linéaire multi-objectifs en nombres entiers

1. Introduction .....	25
2 Les Cônes .....	25
2.1. Définition .....	25
2.2. Les générateurs.....	25
2.3. Dimension d'un cône .....	26
2.4. Arêtes extrêmes et cônes polyédriques .....	27
2.5. Cônes polarisés.....	28
3. Le problème MOILP .....	30
3.1. Formulation mathématique d'un problème MOILP .....	30
3.2. Relation de dominance et solutions efficaces .....	32
3.3. Exemple d'un problème MOILP .....	33
4. Méthode d'exploration exhaustive pour la résolution d'un problème MOILP .....	34
4.1. Notations et définitions .....	34
4.2. Résultats préliminaires .....	36
4.3. Algorithme .....	36
4.4. Exemple numérique et représentation graphique.....	39

## Chapitre 3 : Méthode de résolution d'un programme linéaire multi-objectifs en nombres entiers

1 Introduction .....	44
2. Méthodes graphiques pour la résolution du problème MOILP .....	44
2.1. Méthode basée sur le concept d'ensembles dominants.....	44
2.2. Méthode basée sur le concept d'ensembles dominés.....	47
3. Méthode de détermination d'une solution efficace d'un problème MOILP.....	51
4. Méthode de coupes multiples pour l'élimination d'un ensemble dominé.....	52
5. Détection des objectifs redondants .....	56

6. Méthode exacte pour la résolution d'un problème MOILP.....	59
6.1. Adaptation du principe par séparation et évaluation .....	59
6.2. Organigramme de l'algorithme.....	60
6.3. Algorithme .....	62
6.4. Justification de l'algorithme. ....	63
6.5. Exemple numérique et représentation graphique.....	64

#### **Chapitre 4 : Implémentation et résultats**

1 Introduction .....	77
2. Implémentation de la méthode de résolution du problème MOILP.....	77
2.1. Schéma général du programme .....	77
2.2. Erreurs d'arrondis .....	77
2.3. Critères d'arrêts .....	77
2.4. Cyclage .....	78
2.5. Indice de sondage .....	78
3. Résultats .....	80
4. Conclusions et perspectives .....	81
Conclusion générale .....	82
Bibliographie .....	83