الجمـهـورية الجـزائرية الديمـقراطية الشعبيـة

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

CENTRE UNIVERSITAIRE AMAR TELIDJI- LAGHOUAT

Département de Tronc-Commun de S.E.T.I

Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Magister.

En MATHEMATIQUES

ANALYSE SPECTRALE D'UNE CERTAINE CLASSE D'OPERATEURS DIFFERENTIELS

Préparé par **:**
-Melle **BENDAOUD Zohra**

Devant le jury composé de Messieurs :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
MOULAY Med Said	Prof	U.S.T.B.H Alger	Président
BELABBACI Youcef	M.C	C.U Laghouat	Rapporteur
KOUACHI Said	M.C	C.U Tebessa	Examinateur
YOUKANA Amar	C.C	C.U Ourgla	Examinateur
MOKHTARI Abdelkader	C.C	C.U Laghouat	Examinateur

JUIN 2001

Résumé

Dans ce travail, on fait une analyse spectrale d'une classe d'opérateurs différentiels singuliers engendrés par des équations différentielles ordinaires singulières .

Dans le **(chapitre I) :** on a étudié l'équation de Legendre :

$$-(1-x^2)\,y'' + 2\,xy - \mu(\mu+1)y = q(x)\,y$$

dans(-1,1) ensuite dans $(1,+\infty)$, l'équation de Bessel pour x dans $(0, \pi]$ .Par la suite on a établit quelques relations fonctionnelles entre les fonctions hypergeometriques utilisées par la suite.

Dans les **(chapitres II et III) :** on considère des opérateurs singuliers, engendrés par l'équation de Legendre (sur un intervalle borné puis sur un intervalle non borné) .On a déterminé les opérateurs symétriques minimaux fermés, leurs indices de défaut puis construit des extensions auto-adjointes. On a étudié ensuite la nature du spectre, le noyau de la résolvante et la formule d'inversion.

Dans le **(chapitre IV)** ; on fait une étude similaire pour l'équation de Bessel sur un intervalle borné pour arriver au comportement asymptotique des valeurs propres.

Mots clés :

Opérateur symétrique minimal ; indices de défauts ; extension auto-adjointe ; Spectre ; comportement asymptotique.

Abstract:

This work deals with a spectral analysis of singular differential operators class generated by a differential equations

In **partI** we solved the equation of Legendre:

$$-(1-x^2)\,y'' + 2\,xy - \mu(\mu+1)y = q(x)\,y$$

in (-1,1) and $(1, +\infty)$ .Thus that the equation of Bessel for x in $(0, \pi]$.After that we establish some functional relations between hypergeometric functions.

In **PartII** and **III** ; we consider a singular operator. generated by the equation of Legendre ; on a limited interval and no limited interval to determine its closed minimal symmetrical operators, to determine its deficiency indices and its self-adjoint extension , the spectrum, kernel of the resolvent and the inversion formula .

In **PartIV** we make the same thing that in the previous chapters with another type of singular operator on a limited interval to finally arrive to eigenvalues behaviour asymptotic.

Key words :

Minimal symmetric operator, deficiency indices, spectrum, asymptotic comportment

---

الملخص

نقوم في هذا العمل بالتحليل الطيفي لمجموعة مؤثرات تفاضلية مفردة المولدة عن عبارة تفاضلية عادية .

في **الفصل I** نقوم بحل معادلات لوجوندر **(Legendre)** والتي عبارتها:

$$-(1-x^2)\,y'' + 2xy - \mu(\mu+1)y = q(x)\,y$$

في المجال (−1 ،1) وثم في (1 ،+∞) كذلك معادلة باسل **(Bessel)** في المجال (0, π] ثم تشكيل بعض العلاقات الوظيفية بين الدوال الفوق هندسية والتي نستعملها لاحقا .

أما في **الفصل II-III** نعتبر المؤثر المفرد المولد من معادلة لوجندر**(Legendre)** في مجال محدود ثم في مجل غير محدود . لتحديد المؤثر التناظري المغلق الأصغر ، تعيين دلائل النقص ثم إمداد ذاتي قرين **(self-adjoint expression)** دراسة طبيعة الطيف ونوات الحالة**(Resolvent kernel)** وقانون التعاكس **(Inversion formula)** .

في الفصل الأخير نقوم بنفس العمل لكن مع نوع آخر من المؤثرات الفردية في مجال محدود من أجل تحديد القيم التقاربية للقيم الذاتية،

(Asymptotic behaviour of eigenvalues)

Sommaire

Introduction