République Algérienne Démocratique et populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
Et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DE ANNABA

MEMOIRE

Présenté à l'institut de mathématiques
Pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

Par

Mme: BAHLOUL Hayette

OPTION : EQUATIONS DIFFERENTIELLES ET THEORIE SPECTRALE

THEME

ETUDE SPECTRALE DE SYSTEMES DIFFERENTIELS LINEAIRES ET NON LINEAIRES (COOPERATIFS ET NON COOPERATIFS)

SOUTENU LE : / / 1998

Devant le jury composé de

Président :	Mr	DENCHE M.	M.C. UNIV. DE CONSTANTINE
Rapporteur :	Mr	DJELLIT A.	C.C. UNIV. DE ANNABA
Examinateur :	Melle	REBBANI F.	M.C. UNIV. DE ANNABA
Examinateur :	Mr	SCHINDLER I.	M.C. UNIV. DE TOULOUSE

Résumé

Dans ce travail nous nous sommes intéressés aux solutions de problèmes elliptiques dans un ouvert non borné de IR^n.

Il s'agit dans le premier chapitre de montrer l'existence de valeurs propres principales de problèmes complètement indéfinis de la forme

$$-\Delta u + qu = \lambda\, g(x)\, u, \quad \text{sur } \Omega \subset IR^n$$

Nous avons pu établir des théorèmes d'existence par des méthodes de comparaisons.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de systèmes elliptiques coopératifs de deux équations à deux fonctions inconnues u et v,de la forme

$$\begin{cases} -\Delta u + q_1(x)u = a\,\rho_1(x)u + b\rho_2(x)v + f \\ -\Delta v + q_2(x)v = a\,\rho_3(x)u + b\rho_4(x)v + g \end{cases} \quad \text{sur } \Omega \subset IR^n$$

Ces systèmes admettent des solutions positives en vertu du principe du Maximum combiné avec le lemme de Lax-Milgram

Enfin le troisième chapitre traite des problèmes semi linéaires de la forme

$$-\Delta u + f(x, u) = \lambda g(x) u, \quad \text{sur } \Omega \subset IR^n$$

Nous montrons que ces équations admettent des couples de solutions (λ_n, u_n)en appliquant la théorie de ljusternik-Schnirelmann, qui n'est autre que le développement du principe du Min-Max associé aux problèmes linéaires.

Abstract

In this work, we study some elliptic problems in an unbounded domain of IR^n.

In the first part, we discuss the existence of principal eigenvalues set of the complitly indifinit problem

$$-\Delta u + q u = \lambda\, g(x)\, u, \qquad on\ \Omega \subset IR^n$$

With the help of comparison methods, we establish conditions of existence.

Secondly, we treat elliptic cooperatif systems. The problem is given with a form

$$\begin{cases} -\Delta u + q_1(x) u = a\, \rho_1(x) u + b \rho_2(x) v + f \\ \\ -\Delta v + q_2(x) v = a\, \rho_3(x) u + b \rho_4(x) v + g \end{cases} \qquad on\ \Omega \subset IR^n .$$

Positive solutions are obteined with the arme of the Lax-Milgram lemma and a Maximum principal.

Finaly, we consider the semilinear eigenvalue problem

$$-\Delta u + f(x, u) = \lambda\, g(x)\, u \qquad on\ \Omega \subset IR^n$$

Our object here is to proof the existence of eigenpairs (λ_n, u_n) with the Ljusternick-Schnirelmann theory wich is the performant version of the Max-Min principal.

TABLE DE MATIERE