

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DIRECTION DES ETUDES ET DE LA RECHERCHE DE GENIE ELECTRIQUE ET  
INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

## THESE DE MAGISTER

EN ELECTRONIQUE

Option : Acquisition et Traitement de l'Information

Intitulée :

***ANALYSE ET SYNTHESE DE COMMANDES ROBUSTES:  
 $H_{\infty}$  ET  $H_2$***

Présentée par : Melle RACHEDI Meryam  
Ingénieur d'Etat en Electronique

Devant le Jury composé de MM. :

Président :	F. BOUDJEMA	Maître de conférence	ENP
Rapporteur :	A. ZERGUERRAS	Professeur	ENP
Rapporteur :	M.C. SOUAMI	PhD	ENP
Examineurs:	N.LOUAM	Maître de conférence	ENP
	C.LARBES	PhD	ENP
	M.S. AIT CHEIKH	Chargé de cours	ENP

Le 14 Décembre 1997

## ملخص:

إن الهدف الذي ترمي إليه هذه الأطروحة هو دراسة مسائل الإستقرار القوي، الأداء، و الحلول الوسطية للأنظمة الخطية الثابتة في الزمن و المعرضة لإرتيابات غير مهيكلة.

فتقدم في مرحلة أولى تحليلا لمسائل الإستقرار، تقليل الحساسية، تشكيل الحلقة و كذلك حل مشكل التحكم المثالي النمطي " $H_\infty$ ". ثم يتم تصميم تحكم قوي تحت المثالي " $H_\infty$ ". وتقارن النتائج المحصل عليها بنتائج التحكم الكلاسيكي المثالي الخطي الرباعي الغوسي "LQG" (أو نظرية  $H_2$ ). و في الختام تطور تطبيقات "SISO" و "MIMO".

## Summary:

The aim of this work is to study the problems of robustness stability, performance, and theirs associated compromises for linear time invariant systems with unstructured uncertainties.

Firstly, the analysis of internal stability, sensitivity minimization, loop shaping and the resolution of the standard  $H_\infty$  optimal control problems is presented. Then The robust suboptimal  $H_\infty$  controller will be designed, the results obtained are compared to those of the classical optimal Linear Quadratic Gaussian control LQG (or  $H_2$  theory ). Finally, SISO and MIMO applications are developed.

## Résumé:

Le but de cette thèse est l'étude des problèmes de stabilité robuste, des performances, et de leurs compromis pour les systèmes linéaires invariants dans le temps soumis à des incertitudes non structurées.

Dans un premier temps, l'analyse des problèmes de stabilité interne, de minimisation de sensibilité, de conformation de boucle et aussi de résolution du problème d'optimisation  $H_\infty$  standard sera présentée. Puis un contrôleur robuste sous - optimal  $H_\infty$  sera synthétisé, les résultats obtenus sont comparés à ceux de la commande classique optimale Linéaire Quadratique Gaussienne LQG (ou la théorie  $H_2$ ). A la fin, des applications SISO et MIMO seront développées.

## *SOMMAIRE*

Notations et symboles.....	4
<b>Chapitre I : Introduction</b>	
I.1) Etat de l'art.....	5
I.2) Présentation du travail.....	11
I.3) Organisation de la thèse.....	12
<b>Chapitre II : Concepts mathématiques de la norme <math>H_\infty</math></b>	
II.1) Introduction.....	13
II.2) L'espace des fonctions.....	13
II.2.1) L'espace de Banach et l'espace de Hilbert.....	13
II.2.2) Espaces dans le domaine temporel.....	14
II.2.3) Espace dans le domaine fréquentiel.....	14
II.3) Propriétés.....	16
II.4) Le modèle standard.....	16
<b>Chapitre III : Eléments d'analyse de la robustesse et des performances des systèmes linéaires invariants dans le temps</b>	
III.1) Introduction.....	18
III.2) Loop shaping.....	18
III.2.1) Stabilité en boucle fermée.....	18
III.2.2) Stabilité robuste.....	18
III.2.3) Atténuation des perturbations et bande passante.....	24
III.2.4) Capacité du procédé, la fonction de sensibilité d'entrée.....	25
III.2.5) Bruit de mesure.....	26
III.2.6) La fonction de transfert en boucle fermée.....	26
III.2.7) Robustesse des performances.....	27
III.3) Les limites de performances.....	27
III.4) Conclusion.....	29
<b>Chapitre IV : Robustesse et performance des systèmes linéaires invariants dans le temps/ Problème <math>H_\infty</math> standard</b>	
IV.1) Introduction.....	30
IV.2) Le principal modèle de perturbation.....	30
IV.2.1) Les différentes présentations des incertitudes d'un système bouclé.....	31
IV.3) Etude de la stabilité robuste.....	31
IV.3.1) Stabilité Interne.....	31
IV.3.2) La stabilité robuste du principal modèle de perturbation.....	32
IV.3.3) La stabilité robuste des systèmes à contre réaction.....	34
IV.3.4) Conclusion.....	39
IV.4) Compromis Robustesse / Performance.....	40
IV.4.1) Robustesse vis à vis des dynamiques négligées.....	40

IV.4.2) Performance.....	42
IV.4.3) Bilan des conditions obtenues et " Loop Shaping ".....	44
IV.4.4) Cas des systèmes multivariables.....	46
IV.4.5) Le Problème $H_\infty$ standard.....	48
IV.5) Conclusion.....	49

### Chapitre V : Résolution du problème standard : Commande LQG et commande $H_\infty$

V.1) Introduction.....	50
V.2) La commande LQG.....	50
V.2.1) Le contrôleur optimal LQ.....	50
V.2.2) Le filtre optimal de Kalman.....	51
V.2.3) Synthèse du contrôleur LQG.....	52
V.3) L'algorithme de Glover - Doyle simplifié.....	53
V.4) Conclusion.....	58

### Chapitre VI : Applications

VI.1) Introduction.....	59
VI.2) Implémentation pratique.....	59
VI.3) Systèmes SISO.....	62
VI.3.1) Double intégrateur.....	62
VI.3.2) Contrôle d'un navire.....	82
VI.4) Système MIMO.....	97
VI.5) Discussions.....	108

### Chapitre VII : Recherches en cours et perspectives / Conclusion générale

VII.1) Recherches en cours et perspectives.....	109
VII.2) Conclusion générale.....	110

### ANNEXES:

Annexe A.....	113
Annexe B.....	115
Annexe C.....	119
Annexe D.....	121

<b>Bibliographie</b> .....	125
----------------------------	-----