

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université du Colonel Hadj Lakhdar BATNA**

**Faculté des Sciences de l'Ingénieur**  
**Département de l'Electronique**

Mémoire

**En vue de l'obtention du diplôme de**  
**Magister en Electronique**  
**Option: Contrôle Industriel**

Présenté par :

**Nora Boumella**

---

**Optimisation  $H_\infty$  des Paramètres d'un Contrôleur PID**

---

Soutenu le : **30 / 10 / 2002**

Devant le Jury :

<b>Professeur Mohamed Boulemden</b>	Université de Batna	Président
<b>Professeur Khier Benmahammed</b>	Université de Sétif	Rapporteur
<b>Professeur Nouredine Bouguechal</b>	Université de Batna	Examineur
<b>Professeur Khaled Belarbi</b>	Université de Constantine	Examineur
<b>Docteur Lamir Saidi</b>	Université de Batna	Examineur

## Résumé

Ce travail présente d'abord un algorithme d'optimisation  $H_\infty$  des contrôleurs d'ordre complet, c'est-à-dire, l'ordre du contrôleur est équivalent à l'ordre du système. Dans le but d'atteindre les performances de la commande désirées, le système nominal est augmenté avec des fonctions de pondération. L'ordre du contrôleur est alors souvent plus grand que l'ordre du système nominal.

Dans la méthode d'optimisation  $H_\infty$  des contrôleurs d'ordre complet, toutes les contraintes auxquelles le processus d'optimisation est soumis sont convexes. Le problème peut alors être formulé en optimisation convexe et l'optimum global peut être aisément atteint. L'optimisation de tels contrôleurs se base essentiellement sur les inégalités matricielles linéaires LMIs.

L'optimisation des contrôleurs  $H_\infty$  d'ordre complet est générale et sa formulation en optimisation convexe fait d'elle une approche facile à résoudre. Il est néanmoins coûteux et compliqué d'implémenter de tels contrôleurs pour des systèmes de grand ordre. On propose alors une extension de cet algorithme en un algorithme de synthèse d'optimisation  $H_\infty$  d'un contrôleur d'ordre réduit. Autrement dit, l'ordre du contrôleur est strictement inférieur à celui du processus et ses paramètres sont indépendamment réglables.

Contrairement à la première méthode, l'approche de synthèse d'optimisation  $H_\infty$  des contrôleurs d'ordre réduit ne peut pas être formulée en optimisation convexe. Cette non-convexité est due essentiellement à la contrainte imposée sur l'ordre du contrôleur.

L'algorithme d'optimisation du contrôleur  $H_\infty$  d'ordre réduit s'applique en deux étapes. Dans un premier temps, le modèle du système en boucle fermée est reconstruit en utilisant les transformations fractionnelles linéaires (LFTs), de sorte que tous les paramètres du contrôleur soient extraits en tant que bloc constant complet. Le retour de sortie devient alors statique et une méthode de résolution locale y est appliquée.

Les applications de cet algorithme d'optimisation ont été particulièrement appliquées au réglage des gains  $k_p$ ,  $k_i$  et  $k_d$  du contrôleur PID (Proportionnel Intégral Dérivatif).

# Sommaire

<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Généralités sur la Commande</b>	<b>4</b>
1.1 Introduction .....	4
1.2 Incertitudes et Perturbations .....	4
1.3 Excitation et Réponse .....	5
1.4 Fonction de Transfert .....	5
1.5 Réponse d'un Système à un Signal Electrique .....	6
1.6 Effets sur le Gain .....	6
1.7 Effets sur la phase .....	6
1.8 Réponse en Boucle Ouverte .....	7
1.9 Réponse en Boucle Fermée .....	7
1.10 Retour .....	8
1.11 Performance d'un Contrôleur .....	8
1.12 Robustesse d'un Contrôleur .....	8
1.13 Stabilité d'un Système .....	9
1.14 Prédiction de la Réponse du Système .....	9
1.15 Commande Proportionnelle .....	10
1.16 Commande Intégrale .....	11

1.17	Commande Dérivative .....	11
1.18	Commande PID .....	12
<b>2</b>	<b>Commande Robuste</b> .....	<b>13</b>
2.1	Introduction .....	13
2.2	Normes des Systèmes Linéaires .....	14
2.2.1	Norme $H_2$ d'un Système Linéaire .....	14
2.2.2	Norme $H_\infty$ d'un Système Linéaire .....	14
2.3	Valeurs Singulières .....	16
2.3.1	Définitions .....	16
2.3.2	Décomposition en Valeurs Singulières .....	16
2.4	Incertitudes .....	17
2.4.1	Incertitudes non Structurées .....	17
2.4.2	Incertitudes Structurées .....	18
2.5	Notions de Robustesse .....	19
2.5.1	Stabilité .....	21
2.5.2	Stabilité Robuste .....	22
2.5.3	Sensibilité .....	23
2.5.4	Rejet des Perturbations .....	25
2.6	Problème Standard .....	25
2.7	Résolution du problème $H_\infty$ .....	29
2.7.1	Résolution du Problème Normalisé .....	29
2.8	Exemple d'Application .....	34
2.9	Conclusion .....	37
<b>3</b>	<b>Optimisation <math>H_\infty</math> des Contrôleurs Basée sur les LMIs</b> .....	<b>38</b>
3.1	Introduction .....	38
3.2	Optimisation Convexe et Problèmes SDP .....	38
3.2.1	Problèmes d'Optimisation Convexe .....	38
3.2.2	Contraintes LMI .....	40
3.2.3	Programmation Semidéfinie (SDP) .....	42
3.2.4	Dualité .....	43

3.2.5	Conditions d'Optimalité .....	44
3.3	Algorithmes pour la Résolution des SDPs .....	45
3.4	Algorithme des Synthèses des Contrôleurs Basés sur les LMIs .....	47
3.4.1	Formulation du Problème .....	47
3.4.2	Algorithme de Synthèse du Contrôleur $H_\infty$ à Retour d'Etat Basé sur les LMIs .....	48
3.4.3	Algorithme de Synthèse du Contrôleur $H_\infty$ d'Ordre Complet Basé sur les LMIs .....	49
3.5	Exemple d'Application .....	51
3.6	Conclusion .....	62
<b>4</b>	<b>Optimisation <math>H_\infty</math> des Paramètres d'un Contrôleur PID</b> .....	<b>63</b>
4.1	Introduction .....	63
4.2	Optimisation $H_\infty$ des Paramètres du Contrôleur PID .....	64
4.2.1	Transformation en un Problème de Synthèse de Contrôleur PID à Retour Statique .....	64
4.2.2	Optimisation $H_\infty$ du Bloc des paramètres du Contrôleur .....	70
4.3	Exemple d'Application (VCM) .....	73
4.4	Conclusion .....	90
	<b>Conclusion Générale</b> .....	<b>98</b>
	<b>Bibliographie</b>	
	<b>Annexe A</b>	
	<b>Annexe B</b>	