

**République Algérienne Démocratique et Populaire**

**Ministère de l'éducation Nationale**

**Université "FERHAT Abbas" - Sétif**

**Institut de Mathématiques**

## **Thèse de Magister**

**Présentée par :**

**Mr SERRAR Touffik**

### **CONTRÔLABILITÉ DES SYSTÈMES BILINÉAIRES DANS LE PLAN**

**Jury :**

Président	<b>B. MEROUANI</b>	<i>Maître de Conférence à l'Université de Sétif</i>
Rapporteurs	<b>G. SALLET</b>	<i>Professeur à l'université de Metz</i>
	<b>R. CHABOUR</b>	<i>Maître de Conférence à l'Université de Metz</i>
Examineurs	<b>S. BERIMI</b>	<i>Chargé de cours à l'Université de Sétif</i>
	<b>A. TAMRABET</b>	<i>Chargé de cours à l'Université de <del>Bou</del> Bouna</i>

## TABLE DES MATIÈRES

<b>Chapitre 0 : Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre I : Préliminaires</b> .....	3
I Généralités .....	3
II Systèmes bilinéaires .....	5
II1 Système bilinéaire général .....	5
II2. Systèmes bilinéaires Plan.....	8
<b>Chapitre II : Forte non contrôlabilité directionnelle</b> .....	12
I. Définitions et notations .....	12
II. Contrôlabilité de la FCV $\{Ax, Bx+b\}$ .....	13
II1. A et B sont à valeurs propres distinctes et non nulles .....	13
II1.1 Interprétation géométrique de la non contrôlabilité directionnelle de $\{A,B\}$ .....	15
II1.2. Résultat principal .....	17
II1.3. Preuve du théorème dans le cas (I) .....	21
II1.4 Preuve du théorème dans le cas (II) .....	24
II1.5 Preuve du théorème dans le cas (III) .....	27
II1.6 Preuve du théorème dans le cas (IV).....	30
II1.7 Résumé .....	35
II2 A nilpotent .....	39
II2.1 B col .....	39
II2.2 B noeud stable .....	40
II2.3 B noeud instable.....	41
II3 $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \lambda > 0$ .....	42
II3.1 B col .....	42
II3.2 B noeud stable .....	44
II3.3 B noeud instable.....	46
II4 Etude du cas $\ 1\ _2=0$ ....	47
II4.1 B col .....	47
II4.2 B noeud stable .....	48
II4.3 B noeud instable.....	49
II.5 Conclusion.....	50

<b>Chapitre III : Forte non contrôlabilité radiale.....</b>	<b>51</b>
III1. Définitions et notations .....	51
III2. Systèmes homogènes .....	52
III2.1 Contrôlabilité d'une FCV $\{A,B\}$ .....	52
III.2.1.1 A et B ont même sens de rotation .....	53
III.2.1.2 A et B ont des sens de rotations opposés .....	55
III2.2 Ensemble de commutation de $\{A,B\}$ .....	55
III3. Systèmes affines .....	56
III3.1 Motivation .....	57
III3.2 Ensemble de commutation de $\{Ax, Bx+b\}$ .....	60
III3.3 Contrôlabilité de $\{Ax, Bx+b\}$ .....	61
III 3.3.1. Théorème .....	62
III 3.3.2. Preuve du théorème .....	62
1) A et B ont des sens de rotation opposés .....	62
2) A et B ont même sens de rotation .....	66
III.4 Conclusion .....	75
<b>Bibliographie .....</b>	<b>76</b>