

N° d'ordre:

THESE

présentée à

**L'UNIVERSITÉ PIERRE & MARIE CURIE
PARIS VI**

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Spécialité :

INFORMATIQUE

par

Bernard MANS

Sujet de la thèse :

**CONTRIBUTION À
L'ALGORITHMIQUE NON NUMÉRIQUE PARALLÈLE :
PARALLÉLISATIONS DE MÉTHODES DE RECHERCHE
ARBORESCENTES**

Soutenue le 9 Juin 1992 devant le jury composé de :

Mme	Catherine	ROUCAIROL	Présidente
MM.	Michel	COSNARD	Rapporteurs
	Paul	FEAUTRIER	
	Claude	GIRAULT	Examineurs
	Gérard	KINDERVATER	
	Jacques	LENFANT	
	Gérard	PLATEAU	

Résumé

Le but de cette thèse est d'étudier la parallélisation des méthodes de résolution des problèmes d'Optimisation Combinatoire réputés NP-difficiles : les procédures de recherche arborescente par séparation et évaluation ou **Branch and Bound**. Elle est composée de trois parties complémentaires.

Dans la première partie, nous présentons les différentes définitions essentielles au Branch and Bound. Le parallélisme intrinsèque à cette méthode est dégagé et un modèle d'évaluation de performances des Branch and Bound parallèles est introduit, (*chapitre 1*). Les différents phénomènes d'anomalies d'accélération et la limite des solutions connues sont présentés dans le *chapitre 2*. Le *chapitre 3* pose les problèmes classiques soulevés par l'implémentation parallèle.

La deuxième partie s'attache à proposer des solutions à des problèmes primordiaux :

- les anomalies d'accélération, (*chapitre 5*) ; des bornes serrées ainsi qu'une propriété de "prédisposition aux anomalies" sont introduites et permettent des choix précis parmi différentes règles,
- la granularité du travail alloué aux processeurs, (*chapitre 6*) ; les gains et surcoûts mis en évidence pour un procédé de séparation polytomique permettent de prouver son intérêt,
- l'accès aux données partagées, (*chapitre 7*) ; des structures de données bien adaptées au Branch and Bound sont étudiées et comparées ; pour résoudre la contention d'accès à la mémoire, les opérations de bases sur ces structures sont rendues concurrentes ; leurs performances sont conservées et le surcoût d'implémentation réduit par une méthode de marquage,
- l'équilibrage de charge des réseaux d'interconnexion de processeurs, (*chapitre 8*) ; une nouvelle fonction de charge et une règle de décision d'équilibrage s'adaptant d'elle-même à l'évolution de la résolution sont développées et conduisent à la description d'un Branch and Bound distribué.

Enfin, dans la troisième partie, nous testons ces solutions en concevant des Branch and Bound parallèles efficaces pour deux problèmes réputés difficiles :

- l'Affectation Quadratique, *chapitre 9*, où les problèmes de granularité et d'accès aux données sont importants,
- le Sac-à-Dos multidimensionnel, *chapitre 10*, où l'intérêt d'une séparation polytomique pour la granularité se confirme.

Mots clés :

Algorithmique non Numérique Parallèle, Algorithme Branch and Bound Parallèle, Anomalie d'Accélération, Equilibrage de Charge, Structure de Données Parallèle.

I S B N - 2 - 7261 - 0735 - 4



Table des matières

I	B&B et Parallélisme	7
1	Recherche Arborescente	9
1.1	Branch and Bound séquentiel	9
1.1.1	La séparation	11
1.1.2	L'évaluation	11
1.1.3	La stratégie de parcours	12
1.1.4	Relation de dominance	13
1.1.5	Procédure B&B	13
1.1.6	Définition formelle d'un B&B	14
1.2	Ce qui est parallélisable	16
1.3	Mesures de performances en séquentiel	17
1.3.1	Performances séquentielles en temps	18
1.3.2	Complexité séquentielle en espace	20
1.4	Modèle parallèle de B&B	21
1.5	Performances théoriques du modèle	23
1.5.1	Speed-up et Efficacité	23
1.5.2	B&B séquentiel optimal	24
1.5.3	B&B parallèle optimal	24
1.5.4	Complexité parallèle en espace	27
2	Anomalies de Performances des B&B	29
2.1	Gestion des sommets de priorités égales	30
2.2	Notion de consistance	33
2.3	Performances du B&B parallèle	34
3	Problèmes Classiques Posés par la Parallélisation	37
3.1	Différentes architectures de machines	37
3.1.1	Multiprocesseurs de type SIMD	38
3.1.2	Multiprocesseurs Asynchrones à mémoire partagée	38
3.1.3	Architecture répartie	39
3.2	Granularité	40
3.3	Synchronisation	40
3.4	Surcoût	41

3.4.1	Surcoût de recherche arborescente	42
3.4.2	Surcoût d'équilibrage	42
3.4.3	Surcoût de synchronisation	43
4	Références de la Première Partie	45
 II Etude de Solutions aux Problèmes posés par la		
Parallélisation		51
5	Gestion des anomalies en mémoire partagée	55
5.1	Comparaison de différentes stratégies de gestion des nœuds d'égale priorité	56
5.1.1	Règle fifo	56
5.1.2	Règle lifo	62
5.1.3	Règle consistante	65
5.1.4	Etude Comparative	67
5.2	Vers un modèle de B&B asynchrone	69
5.3	Discussion	70
6	Gestion de la granularité et Principe de séparation	75
6.1	Polytomie	76
6.1.1	Principe de la polytomie	76
6.1.2	Cadre de l'analyse	78
6.2	Polytomie symétrique de niveau n	78
6.2.1	Modification du nombre de sommets	78
6.2.2	Espace mémoire nécessaire	81
6.3	Polytomie asymétrique de niveau n	81
6.3.1	Modification du nombre de sommets	81
6.3.2	Espace mémoire nécessaire	83
6.4	Conclusion	84
7	Structures de données partagées	85
7.1	Introduction	86
7.2	Caractéristiques de la file de priorité d'un B&B	86
7.3	Opérations séquentielles sur des files de priorité	88
7.3.1	Description des files de priorité et des opérations de base	89
7.3.2	Résultats expérimentaux	103
7.4	Structure de données parallèles	108
7.4.1	Définitions	108
7.4.2	Structures parallèles actives	108
7.4.3	Structures parallèles passives	109

TABLE DES MATIÈRES

7.4.4	Conclusion	110
7.5	Méthodologie pour les structures de données globales	111
7.5.1	Méthodologie des accès aux files de priorité	111
7.5.2	Méthodologie avec verrou	113
7.5.3	Méthodologie avec marquage	119
7.6	Algorithmes concurrents d'accès aux files de priorité	122
7.6.1	Skew-heap	122
7.6.2	Funnel-Tree	123
7.6.3	Funnel-Table	123
7.6.4	Splay-Tree	125
7.6.5	Tests	127
8	Équilibrage et algorithmes Branch and Bound distribués	135
8.1	B&B et algorithme distribué	135
8.2	Différents mode d'équilibrage	137
8.2.1	Choix du modèle d'algorithme	137
8.2.2	Différentes stratégies d'équilibrage	138
8.2.3	Stratégies évolutives pour le B&B	140
8.3	Un équilibrage dynamique auto-adaptatif	141
8.3.1	Méthode d'initialisation par le receveur	141
8.3.2	Charge d'un processeur	142
8.3.3	Règles de décision	145
8.3.4	Sélection d'un processeur destinataire de la demande	155
8.4	Un algorithme B&B distribué	156
8.4.1	Spécification de l'algorithme	157
8.4.2	Terminaison de l'algorithme	158
8.4.3	Caractéristiques de l'algorithme d'équilibrage introduit	159

III B&B Parallèles Efficaces pour des Problèmes d'Optimisation Combinatoire réputés Difficiles 165

9	Affectation Quadratique	169
9.1	Présentation du problème	169
9.2	Algorithme B&B séquentiel	171
9.2.1	Evaluation	171
9.2.2	Séparation	172
9.3	B&B parallèle	173
9.3.1	Principe de l'implémentation	173
9.3.2	Allocation du travail	173
9.3.3	Granularité	175
9.3.4	Surcoûts	176
9.4	Résultats	176

9.5 Conclusion	181
10 Sac à dos multidimensionnel	183
10.1 Introduction	183
10.2 Présentation du problème et de sa résolution	184
10.3 B&B parallèle pour le multiknapsack	185
10.3.1 Evaluation	186
10.3.2 Séparation	186
10.3.3 Stratégie de parcours	189
10.3.4 Algorithme d'une tâche	190
10.4 Résultats	191
10.5 Conclusion	194
IV Conclusion et Perspectives	197
11 Conclusion	199