

# REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA  
INSTITUT DE MATHÉMATIQUES

## MÉMOIRE

Présenté pour obtenir le grade de  
Magister En Mathématiques

Option : Analyse Numérique.

Présenté par :  
M<sup>elle</sup> LAGRAF SAMIRA

Sujet de Mémoire :

*Méthodes de Relaxation et de Dualité pour des Inéquations Variationnelles et  
Quasi-Variationnelles Issues de Problèmes de Contrôle Ergodique.*

Soutenu le ..... devant le jury composé de :

Dr H. SISSAOUI – Professeur (C. U. - Skikda) - Président  
Dr M. BOULBRACHENE – Professeur (U. Annaba) - Rapporteur  
Dr A. BENCHETTAH – Chargé de Cours (U. Annaba) - Examineur

JUIN 1999

<b><u>INTRODUCTION</u></b> .....	3
<b><u>CHAPITRE I</u></b> : ETUDE THEORIQUE DU PROBLEME .....	6
<b><u>PARTIE 1</u></b> : E TUDE DU PROBLEME CONTINU	
1.1 NOTATIONS , HYPOTHESE et NOTATIONS.....	7
1.2 POSITION DU PROBLEME CONTINU.....	8
1.3 RESULTAT D'EXISTENCE ET D'UNICITE.....	9
1.4 COMPORTEMENT DU PROBLEME QUAND $\alpha$ TEND VERS 0.....	9
1.5 APPLICATION DE POINT FIXE ASSOCIE AU PROBLEME CONTINU.....	11
1.6 L'ALGORITHME CONTINU.....	11
1.7 PROPRIETES DE L'APPLICATION DE POINT FIXE .....	12
1.8 ESTIMATION DE LA VITESSE DE CONVERGENCE DE L'ALGORITHME..	16
<b><u>PARTIE 2</u></b> : ETUDE DU PROBLEME DISCRET	
2.1 DISCRETISATION.....	19
2.2 POSITION DU PROBLEME DISCRET.....	20
2.3 COMPORTEMENT DU PROBLEME QUAND $\alpha$ TEND VERS 0.....	20
2.4 APPLICATION DE POINT FIXE ASSOCIE AU PROBLEME TRANSFORME.	21
2.5 L'ALGORITHME DISCRET.....	21
2.6 PROPRIETES DE L'OPERATEUR DE POINT FIXE DISCRET.....	22
2.7 ESTIMATION DE LA VITESSE DE CONVERGENCE DE L'ALGORITHME..	27
<b><u>PARTIE 3</u></b> : ETUDE DE L'INEQUATION QUASI-VARIATIONNELLE.	
3.1 POSITION DU PROBLEME CONTINU.....	28
3.2 APPLICATION DE POINT FIXE ASSOCIEE AU PROBLEME CONTINU.....	29
3.3 POSITION DU PROBLEME DISCRET.....	29
3.4 APPLICATION DE POINT FIXE ASSOCIEE AU PROBLEME DISCRET.....	30
<b><u>CHAPITRE II</u></b> : ETUDE DES INEQUATIONS VARIATIONNELLES DANS $\mathbb{R}^n$ .....	33
1 FORMULATION DE LA METHODE DE RELAXATION DANS $\mathbb{R}^n$ .....	34
1.1 DEFINITION DE L'ALGORITHME .....	34
1.2 THEOREME DE CONVERGENCE 1.....	35
2 FORMULATION DE LA METHODE D'UZAWA DANS $\mathbb{R}^n$ .....	37
2.1 DEFINITION DE L'ALGORITHME .....	38

2.2 THEOREME DE CONVERGENCE 2.....	38
3 DISCRETISATION DU PROBLEME.....	39
3.1 DEFINITIONS.....	39
3.2 DISCRETISATION DE L'OPERATEUR .....	40
3.3 DISCRETISATION DES SECONDS MEMBRES .....	43
4 APPLICATION POUR L'INEQUATION VARIATIONNELLE DU CONTROLE ERGODIGUE DISCRET .....	47
4.1 APPLICATION DE LA METHODE DE RELAXATION .....	47
4.2 APPLICATION DE LA METHODE D'UZAWA.....	49
5 APPLICATION POUR L'INEQUATION QUASI-VARIATIONNELLE DISCRETE.....	50
5.1 APPLICATION DE LA METHODE DE RELAXATION .....	50
5.2 APPLICATION DE LA METHODE D'UZAWA.....	51
<b>CHAPITRE III : RESULTATS NUMERIQUES .....</b>	<b>53</b>
1 ESTIMATION NUMERIQUE DE LA CONVERGENCE .....	54
2 RESOLUTION DES INEQUATIONS VARIATIONNELLES .....	55
2.1 UTILISANT LA METHODE D'UZAWA .....	55
• RESOLUTION DES I.V. NON TRANSFORMEES .....	55
• RESOLUTION DES I.V. TRANSFORMEES.....	55
2.2 UTILISANT LA METHODE DE RELAXATION .....	56
• RESOLUTION DES I.V. NON TRANSFORMEES.....	56
• RESOLUTION DES I.V. TRANSFORMEES.....	60
3 RESOLUTION DES INEQUATIONS –QUASI VARIATIONNELLES .....	64
3.1 UTILISANT LA METHODE D'UZAWA .....	64
3.2 UTILISANT LA METHODE DE RELAXATION.....	64
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>74</b>