

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique**

**UNIVERSITE BADJI MOKHTAR-ANNABA**  
**FACULTE DES SCIENCES**

## **MEMOIRE**

**Présenté au département de mathématiques pour l'obtention du diplôme de**  
**MAGISTER**

**Par :**

**M. MAOUNI MESSAOUD**

**OPTION : Analyse qualitative et approximation**  
**des équations différentielles**

**THEME :**

**ETUDE D'UNE APPROXIMATION SPECTRALE BASEE**  
**SUR LES POLYNÔMES DE CHEBYSHEV POUR LA**  
**RESOLUTION DU PROBLEME DE STOKES**

Soutenu le 31/ 01/ 2001 devant le jury composé de :

**Président** : Dr. A. S. CHIBI  
**Rapporteur** : Dr. F. Z. NOURI  
**Examineur** : Dr. L. CHORFI  
**Examineur** : Dr. I. DJELLIT

Prof. Univ. de Annaba  
Prof. Univ. de Annaba  
M. C. Univ. de Annaba  
M. C. Univ. de Annaba

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Motivation Physique de Problème de Stokes et Rappels Mathématiques</b>	<b>5</b>
1.1	Motivation Physique . . . . .	5
1.1.1	Notions préliminaires et définitions . . . . .	5
1.1.2	Modélisation mathématique . . . . .	7
1.1.3	Equation de conservation de la masse . . . . .	8
1.1.4	Equation de conservation de la quantité du mouvement . . . . .	10
1.1.5	Equations de Navier-Stokes . . . . .	11
1.2	<b>Rappels mathématiques</b> . . . . .	12
1.2.1	Notions fondamentales sur l'espace de Sobolev avec poids . . . . .	12
1.2.2	Propriétés générales des polynômes de Chebyshev . . . . .	17
1.2.3	Formules de quadrature . . . . .	19
1.2.4	Inégalités inverses . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Etude de l'existence et l'unicité de la solution faible du problème de Stokes dans un espace de Sobolev avec le poids de Chebyshev</b>	<b>22</b>
2.1	Introduction . . . . .	22
2.2	Etude de l'existence et l'unicité de la solution faible du problème de Stokes	24
2.2.1	Etude de la condition inf-sup pour $a(.,.)$ . . . . .	30
2.2.2	Etude de la condition inf-sup pour $b_i(.,.)$ avec $i = 1$ et $2$ . . . . .	33
2.3	Etude de la stabilité de la solution du problème de Stokes . . . . .	38

<b>3 Etude Spectrale de Chebyshev pour la Solution du Problème de Stokes</b>	<b>39</b>
3.1 Introduction . . . . .	39
3.2 Méthode spectrale de Galerkin pour l'approximation du problème de Stokes	39
3.2.1 Etude des modes parasites pour la pression . . . . .	40
3.2.2 Etude de la condition inf-sup pour les formes $b_{iN}(\dots)$ ( $i = 1, 2$ ) . . . . .	49
3.2.3 Etude de la condition inf-sup pour la forme $a_N(\dots)$ . . . . .	50
3.3 Etude de la stabilité de la solution approchéé du probleme de Stokes . . . . .	58
3.4 Conclusion . . . . .	58
3.5 Etude de la convergence . . . . .	60
3.6 Estimation de l'erreur sur la pression . . . . .	68
<b>4 Conclusion générale</b>	<b>68</b>