

**Université de Provence,
Centre S'-Charles, UFR MIM**

Thèse

présentée pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Provence
Spécialité Mathématiques Appliquées**

présentée par

Lahcène CHORFI

Sujet de la thèse :

**"Etude Mathématique et numérique
des modes guidés dans un milieu élastique
à symétrie de révolution"**

Soutenue le 21 Mai 1992 devant le jury composé de :

M. Mohand MOUSSAOUI	(E.N.S. de Lyon)	Président
Mme Denise CHENAIS	(Université de Nice)	
M. Yves DERMENJIAN	(Université de Provence)	
M. Marc DURAND	(Université de Provence)	
M. Patrick JOLY	(INRIA)	

Sommaire

Introduction	3
------------------------	---

Première partie

Etude mathématique des modes guidés dans un milieu élastique à symétrie de révolution

Chapitre 1. Position du problème	7
1.1. Les équations	8
1.2. Formulation mathématique	12
Chapitre 2. Propriétés de l'espace V_n	15
Chapitre 3. Propriétés de la forme bilinéaire $a_n(\beta; u, v)$	19
Chapitre 4. Analyse spectrale de l'opérateur $A_n(\beta)$	26
4.1. Le spectre essentiel de $A_n(\beta)$	26
4.2. Majoration des valeurs propres	30
Chapitre 5. Le spectre discret de $A_n(\beta)$. Existence des modes guidés.	35
5.1. Existence des modes guidés	36
5.2. Etude des seuils	39
5.2.1. Estimations a priori sur les seuils	40
5.2.2. Equation des seuils	51
5.3. Comportement asymptotique des modes guidés à haute fréquence	55
5.3.1. Comportement de la vitesse de phase	55
5.3.2. Comportement des amplitudes	58
Chapitre 6. Etude des courbes de dispersion	63

6.1. Régularité des fonctions $S_m^n(\beta)$	63
6.2. Dépendance des fonctions $S_m^n(\beta)$ par rapport à (ρ, λ, μ)	66
6.3. Régularité des fonctions propres. Conséquence	69
Annexe 1. Décomposition d'un mode guidé en série de Fourier	87
Annexe 2. Quelques résultats de densité	96
Annexe 3. Une inégalité de Poincaré	99

Deuxième partie

Etude numérique des modes guidés

Chapitre 7. Approximation numérique des valeurs propres discrètes	102
7.1. Introduction	102
7.2. Formulation de $P_n(\beta)$ sur l'intervalle I	102
7.2.1 Opérateur de Dirichlet-Neumann	105
7.2.2 Position du problème $P_n^I(\beta)$	106
Chapitre 8. Discrétisation de l'opérateur $C_n(\omega, \beta)$	114
8.1. Introduction	114
8.2. Interpolation des fonctions propres	115
8.3. Définition de $V_{n,h}(I)$ et théorème de convergence	120
8.4. Formulation matricielle	124
8.5. Méthode numérique pour le tracé des courbes de dispersion	130
Chapitre 9. Etude numérique de l'équation des seuils	132
9.1. Formulation de l'équation des seuils sur I	132
9.2. Discrétisation de l'opérateur $d_n(\beta)$	139
Chapitre 10. Résultats numériques	144
10.1. Un problème modèle	144
10.2. Validation de la méthode numérique	152
Conclusion	162
Bibliographie	163

Résumé :

Cette thèse est consacrée à l'étude de la propagation d'ondes guidées dans un milieu élastique hétérogène à symétrie de révolution. Ce problème est ramené à l'étude spectrale d'une suite d'opérateurs auto-adjoints.

Dans la première partie on caractérise le spectre de ces opérateurs. A l'aide du principe du Min–Max, on analyse les propriétés des courbes de dispersion (régularité, dépendance continue en fonction des paramètres du modèle). Nous donnons des estimations sur les seuils et nous les caractérisons par une équation variationnelle.

Dans la deuxième partie, nous proposons une méthode numérique, basée sur les éléments finis localisés, permettant de calculer les modes guidés et leurs seuils. Des résultats de convergence y sont établis, puis validés par comparaison avec un problème modèle.

Mots-clés : Système de l'élasticité – Milieu hétérogène – Modes guidés – Théorie spectrale – Opérateur auto-adjoint – Principe du Min–Max – Courbes de dispersion – Seuils – Éléments finis localisés.