

**UNIVERSITE BADJI MOKHTAR –ANNABA-
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES**

THESE

**Présenté
Par**

CHEMLAL REZKI

Pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

En Mathématiques

**OPTION : MATHEMATIQUES APPLIQUEES
Systèmes dynamiques**

THEME

ETUDE DE L'EQUATION DE MATHIEU

Soutenue le .../2000 Devant le jury :

Mr : H.SISSAOUI	Professeur Univ .B.Mokhtar-Annaba..... Président
Mr :A.MAKHLOUF	Professeur Univ .B.Mokhtar-Annaba... Rapporteur
Mr :R.BENZINE	M.C Univ .B.Mokhtar-Annaba..... Examineur
Mme I.DJELLIT	C.C Docteur Univ .B.Mokhtar-Annaba.....Examineur

Table des matières

0.1	Introduction	3
1	Chapitre préliminaire	7
1.1	l'équation de Mathieu	7
1.2	Equations voisines de l'équation de Mathieu	9
1.3	Equation de Mathieu modifiée	9
1.4	Forme Hamiltonienne de l'équation de Mathieu	10
1.5	Equation de Mathieu comme problème non linéaire	11
1.6	Exemple d'une équation qui se ramène à l'équation de Mathieu	12
1.7	Fonctions elliptiques et fonctions de Mathieu	14
2	Théorie de Floquet de l'équation de Mathieu	15
2.1	Forme générale des solutions	20
2.2	Recherche des solutions périodiques	23
3	Méthode de Ince	28
4	Méthodes de la théorie des perturbation	33
4.1	Les termes séculaires	33
4.2	La méthode de Lindstedt	35
4.3	La méthode des perturbations régulières	38
4.4	Forme standard de Lagrange	41

4.4.1	Description de la méthode	41
4.4.2	Application à l'équation de Mathieu	43
4.5	La méthode des échelles multiples (multiple time scales)	46
4.5.1	Description de la méthode	46
4.5.2	Application à l'équation de Mathieu	47
4.6	Exposants caractéristiques pour l'équation de Mathieu (méthode de Whit- taker)	51
5	Programmation de quelques méthodes de la théorie des perturbations	54
5.1	Présentation générale du système Maple	55
5.1.1	Généralités	55
5.1.2	Le langage de programmation:	56
5.1.3	Les utilitaires de la bibliothèque standard:	60
5.2	Programmation de la méthode de Lindstedt	64
5.2.1	Recherche du système d'équations différentielles	64
5.2.2	Partie élimination des termes séculaires	68
5.2.3	Analyse et amélioration du programme Lindstedt	73
5.2.4	Une alternative pour l'instruction dsolve	75
5.3	Programmation de la méthode des perturbations régulières pour l'équation de Mathieu	87
5.4	Programmation de la méthode des échelles multiples	95
5.5	Appendice: Programmation de la méthode de Krylov et Bogoluibov	105
5.5.1	Description de la méthode	105
5.5.2	Programmation de la méthode de la moyenne	107
5.6	Solutions numériques pour l'équation de Mathieu	111
5.7	Conclusion:	119