

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET  
POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

# THESE

Présentée

A L'UNIVERSITE BADJI MOKHTAR DE ANNABA  
FACULTE DES SCIENCES EXACTES

Département de mathématiques  
Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR D'ETAT ES-SCIENCES  
EN MATHEMATIQUES**

**Option: Analyse fonctionnelle**

**DJOUDI AHcene**

**APPROXIMATIONS ET RELEVEMENTS  
D'ELEMENTS  
DANS UNE C\*-ALGEBRE**

Devant le Jury composé de

F. REBBANI  
R. BENZINE  
M. N. BENKAFA DAR  
M. DENECHÉ

Prof. Université de Annaba. Président  
M. C. Université de Annaba. Rapporteur.  
Prof. Université de Constantine. Examinateur.  
Prof. Université de Constantine. Examinateur.

**2000**

# Table des matières

<b>1 INTRODUCTION.</b>	<b>3</b>
<b>2 ELEMENTS D'UNE C*-ALGEBRE.</b>	<b>8</b>
2.1 C*-ALGEBRES . . . . .	9
2.2 IDEAUX, UNITES ET UNITARISATION . . . . .	10
2.3 THEORIE SPECTRALE . . . . .	12
2.4 STRUCTURE D'ORDRE . . . . .	14
2.5 UNITES APPROCHEES . . . . .	16
2.6 MORPHISMES . . . . .	18
2.7 SAW*-ALGEBRES, QUOTIENTS ET RELEVEMENTS . .	19
<b>3 STRUCTURE DE L'ALGEBRE DE MULTIPLICATEURS.</b>	<b>25</b>
3.1 MULTIPLICATEURS . . . . .	27
3.1.1 ALGEBRE DE CENTRALISATEURS . . . . .	31
3.2 TOPOLOGIE STRICTE. . . . .	33
3.2.1 TAILLE DE LA TOPOLOGIE STRICTE. . . . .	34

<b>3.3 UNITES QUASI-CENTRALES ET EXTENSION DE MORPHISMES.</b>	<b>38</b>
3.3.1 UNITES QUASI-CENTRALES.	38
3.3.2 THEOREME D'EXTENSION DE TIETZE.	42
<b>4 C*-ALGEBRES COURONNES ET THEOREMES TECHNIQUES.</b>	<b>49</b>
4.1 C*-ALGEBRES COURONNES.	49
4.2 THEOREMES TECHNIQUES.	50
4.2.1 UNE EXTENSION DU THEOREME DE TIETZE.	50
4.2.2 THEOREME DE RELEVEMENT DE DERIVATIONS.	54
4.2.3 SEPARATION DENOMBRABLE DE RIEZ.	57
4.2.4 THEOREME TECHNIQUE DE KASPAROV.	60
4.2.5 APPLICATIONS AUX PROBLEMES DE RELEVEMENTS.	67