RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ BADJI MOKHTAR ANNABA
INSTITUT DE MATHÉMATIQUES

MEMOIRE

EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE

MAGISTER

EN MATHEMATIQUES

Option : *Analyse Numérique*

PAR

HACENE CHAOUCHE Soumeya

THEME

FORMULATIONS VARIATIONNELLES DUALES POUR LE PROBLEME DE L'OBSTACLE POUR UNE PLAQUE

Soutenu le : 1997

Devant le jury composé de :

Président	: Dr. M.BOULBRACHENE	M.C.	:	Université de Annaba
Rapporteur	: Dr. H.SISSAOUI	Prof.	:	Université de Annaba
Examinateur	: Dr. N.KECHKAR	M.C.	:	Université de Tebessa
Examinateur	: Dr. K.NAFA	C.C.	:	Université de Annaba

Université de Annaba

-1997-

SOMMAIRE

Introduction

Il ya plusieurs cas d'importance pratique où les structures d'ingeneering exhibent un contact unilatéral. Ces systèmes constituent une classe importante de problèmes de contact unilatéral.

L'analyse mathématique des formulations basées sur les inéquations variationnelles modélisant de tels problèmes de contact unilatéral a été faite par plusieurs auteurs tels Duvaut-Lions [20], Necas-Hlavacek [39], Kikuchi-Oden [41], Glowinski-Lions-Tremollieres [25], Glowinski [27], etc...

Dans notre approche nous développons une technique utilisant un formalisme abstrait général reposant sur le théorème des deux cônes de Moreau. Cette technique conduit aux méthodes de la programmation mathématique initiées par Maier-Cohn [11].

Nous allons considérer plus exactement le problème de l'obstacle pour une plaque encastrée auquel nous lui appliquons un formalisme sophistiqué développé par Collins [12] dés 1976. Ce formalisme repose sur une généralisation du théorème de projection de Hilbert dû à Moreau et conduit aux formulations variationnelles duales.

Les avantages de la construction des approximations C^1en dimension 2 pour obtenir une convergence de l'ordre de h ne sont pas évidentes. IL est préférable alors de relaxer la contrainte C^1 sur les espaces discrets soit par l'utilisation des éléments finis non conformes soit par l'approche duale.

D'un point du vue numérique, il est peut être inutile de résumer tous les avantages et les désavantages d'une telle approche. Grande simplicité due à laC^0continuité, absence de rigidité excessive et du phénomène de verrouillage, stabilité des matrices et estimations d'erreurs.

Les résultats du problème de l'obstacle sont un véritable défi pour l'analyste numéricien.Il pose la question intéressante à savoir s'il est possible d'obtenir une solution numérique montrant la région de contact avec une précision suffisante. Un tel objectif exige une « résolution » très fine du maillage et ceci nécessite un logiciel trés efficace pour le problème discret.

Dans le chapitre 1 on donne le formalisme abstrait général nécessaire à la construction des formulations duales. Dans le chapitre 2 on considère la formulation primale reposant sur le principe du minimum de l'énergie potentielle. Une telle formulation est discrétisée par les éléments finis non conformes du type Ari-Adini. Un résultat de convergence est donné et les résultats numériques obtenus sont commentés. Une approximation de la région de contact est également donnée .

Enfin dans le chapitre 3, on étudie la formulation duale qui utilise le principe de l'énergie complémentaire. Cette formulation est discrétisée par les éléments finis rectangulaires linéaires.

Des résultats numériques sont donnés puis analysés et commentés.

ABSTRACT:

L'utilisation du Théoréme des deux cônes de Moreau pour le probléme de l'obstacle pour une plaque permet la construction de deux formulations variationnelles duales.

La discretisation par éléments finis conduit à des problémes de programmation quadratique lesquels sont résolus par le logiciel **E04NAF** de la bibliothéque N.A.G.

Mots clés : Probléme de l'obstacle, Formulations variationnelles, dualité, éléments finis non conformes, région de contact .