



THESE



présentée à

**Université Scientifique et Médicale de Grenoble
Institut National Polytechnique de Grenoble**

pour obtenir le grade de

Docteur de 3ème cycle
en **MATHEMATIQUES APPLIQUEES**
option : Analyse Numérique

par

Patrick WITOMSKI



**MODELISATION ET ETUDE NUMERIQUE
D'UNE EXPERIENCE DE CROISSANCE CRISTALLINE**



Thèse soutenue le 1er février 1977 devant la Commission d'Examen :

Président : Monsieur N. GASTINEL

Examineurs : Messieurs J.M. LASRY

P.J. LAURENT

J. MARESCHAL

R. ROBERT

Introduction

<u>Chapitre I</u> :	Introduction à la croissance cristalline par tirage.....	1
§ 1.	Problèmes relatifs aux monocristaux.....	2
§ 2.	Fabrication d'un monocristal par la méthode Czochralski.....	6
§ 3.	Applications de la modélisation de la méthode.....	10
<u>Chapitre II</u> :	Formulation mathématique de la méthode Czochralski. Approche du problème de l'interface liquide solide.....	12
§ 1.	Les échanges thermiques.....	14
§ 2.	Les différents processus d'écoulement de la chaleur dans la méthode Czochralski.....	17
§ 3.	Le système d'équations gouvernant les échanges thermiques.....	21
§ 4.	Le problème de l'interface liquide-solide.....	23
§ 5.	Tableau des constantes physiques.....	25

<u>Chapitre III</u> :	Résolution du problème P_I à interface donnée.....	26
§ 1.	Le cadre fonctionnel.....	29
§ 2.	Une nouvelle formulation pour le problème P_I	33
§ 3.	Existence et unicité d'une solution au problème P_I . Méthode de monotonie.....	37
§ 4.	Quelques résultats autour du principe du maximum.....	44
§ 5.	Comparaison entre la solution de P_I et la solution physique.....	59
§ 6.	Une méthode constructive de résolution de P_I par (dé-)croissance de (sur-)sous solutions.....	61
§ 7.	Méthodes de point-fixe et compacité. Extension de la classe des problèmes traités.....	73
<u>Chapitre IV</u> :	Résolution numérique du problème P_I	78
§ 1.	Invariance par rotation du problème P_I	80
§ 2.	Approximation du problème P_I par des éléments finis de révolution.....	89
§ 3.	Algorithme de résolution de $P_I(h)$	93
§ 4.	Conditions suffisantes sur la triangulation \mathcal{C}_h	98
§ 5.	Majoration de l'erreur.....	108
§ 6.	Un théorème de convergence.....	112
§ 7.	Résultats numériques.....	116

Chapitre V :	Simulation dynamique de la croissance cristalline par tirage.....	121
§ 1.	Méthode de résolution.....	123
§ 2.	Résolution numérique.....	135
§ 3.	Résultats numériques.....	141
	Bibliographie.....	145