

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche

Scientifique

Université El Hadj Lakhdar BATNA

Faculté des sciences

Département de Mathématiques

Laboratoire des Techniques Mathématiques

MEMOIRE

En vue de l'obtention du diplôme de:

MAGISTER

Option :

MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Présenté par :

MELAKHESSOU Ahlem

Théorie Algébrique Des Codes Convolutionnels Cycliques

Soutenue le : 14 / 12 / 2011

Devant le jury composé de :

Mr. Salah Eddine REBIAI

Professeur (U. de Batna)

Président

Mr. Moussa BENLAHCENE

Chargé de cours (U. de Batna)

Rapporteur

Mr. Lemnouer NOUI

Professeur (U. de Batna)

Examineur

Mr. Douadi MIHOUBI

Professeur (U. de M'sila)

Examineur

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier chaleureusement Monsieur **BEN LAHCEN MOUSSA** pour l' aide inestimable qu' il m'apporté dans la documentation nécessaire à la rédaction de cette thèse .

Je remercie également les nombreux professeur du département ma thématique ; respectivement : **SALAH EDDIN REBIAI** (professeur à l'université de Batna) Monsieur **LEMNOUAR NOUI** (professeur à l'université de Batna), Monsieur **D. MIHOUBI** (maitre de conférences Université de M'SILA) qui ont accepté d'être des membres du jury de cette thèse.

Mes remerciements aussi à tous mes professeurs qui ont contribué à ma formation.

Mes remerciements à mes parents à mon mari m'a beau coup soutenu dans la réalisation de ce projet ; sans oublier à remercier **Chatouh Karima** ; qui m'a aidé .avec ses conseils judicieux.

Mes remerciements aussi à toute ma famille, et la famille de mon mari

Table des matières

1	Généralités sur les codes correcteurs d'erreurs	6
1.1	Les codes linéaires	7
1.1.1	Codage en bloc linéaire	7
1.1.2	La matrice génératrice d'un code linéaire	8
1.1.3	La matrice de contrôle	10
1.1.4	La distance minimale d'un code linéaire	11
1.2	Codes classiques	12
1.2.1	Les codes de Hamming	12
1.2.2	Les codes cycliques	13
1.2.3	Les codes BCH	17
1.2.4	Les codes de Reed-Solomon	18
1.2.5	Les codes de Goppa	19
2	Codes convolutionnels	21
2.1	Module sur un anneau	21
2.1.1	Module	21
2.1.2	Sous modules	23
2.1.3	Autre structure de $\mathbb{F}[z]^n$	26
2.2	Les codes convolutionnels et leurs propriétés	27
2.3	Les approches d'un code convolutionnel	28
2.3.1	L'approche de la matrice polynômiale	28

2.3.2	L'approche de la matrice scalaire	31
2.3.3	L'approche du décalage de registre	38
2.4	Représentation graphique des codes convolutionnels	41
2.4.1	Diagramme d'état	41
2.4.2	Représentation en treillis	45
2.4.3	Représentation en arbre	46
3	Les codes convolutionnels cycliques	48
3.1	L'algèbre de Piret et la notion de la cyclicité	48
3.1.1	Structure de $A[z]$	48
3.1.2	Cyclicité des codes convolutionnels	54
3.2	A et ses automorphismes	60
3.2.1	$A = \mathbb{F}_2[x] / \langle x^n - 1 \rangle$ avec $n = 1, 3, 5, 7, 9$	60
3.2.2	$A = \mathbb{F}_3[x] / \langle x^n - 1 \rangle$ avec $n = 1, 2, 4, 5, 7$	62
3.2.3	$A = \mathbb{F}_4[x] / \langle x^n - 1 \rangle$ avec $n = 1, 3, 5, 7, 9$	64
3.3	Structure de $A[z; \sigma]$	74
3.4	Générateurs d'idéaux (à gauche) de $A[z; \sigma]$	81
3.5	Les codes convolutionnels doublement cycliques	107