

**N° attribué par la bibliothèque**

□□□□□□□□□□

**THESE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UCP (Université de Cergy-Pontoise)**

Spécialité : Automatique

Thèse préparée au laboratoire ECS (Equipe de Commande des Systèmes, EA n°3649),  
Dans le cadre de l'**Ecole Doctorale « Sciences et Ingénieries »** de l'UCP, par :

**Abdelhalim LALAMI**

***Diagnostic et approches ensemblistes à base des zonotopes***

\_\_\_\_\_

Date de soutenance : 15 Décembre 2008

\_\_\_\_\_

**JURY**

Pr. Sylviane GENTIL	Présidente
Pr. José RAGOT	Rapporteur
Pr. Vincent COQUEMPOT	Rapporteur
Pr. Luc JAULIN	Examineur
Pr. Jean Pierre BARBOT	Directeur de thèse
Dr. Christophe COMBASTEL	Co-directeur

# Table des matières

<b>CHAPITRE I : INTRODUCTION .....</b>	<b>13</b>
I.1. DIAGNOSTIC : CONTEXTE ET OBJECTIFS.....	13
I.1.1. Objectifs .....	13
I.1.2. Contexte.....	13
I.1.2.1. Diagnostic et maintenance.....	13
I.1.2.2. Diagnostic et contrôle tolérant aux défauts.....	14
I.1.2.3. Diagnostic, surveillance et supervision .....	14
I.2. DIAGNOSTIC ET REDONDANCE ANALYTIQUE .....	14
I.2.1. Introduction au diagnostic « à base de modèles » .....	14
I.2.2. Modèles de bon et mauvais fonctionnement.....	15
I.2.3. Modèles dynamiques et génération de résidus.....	16
I.2.3.1. Espace de parité.....	17
I.2.3.2. Diagnostic par observateurs .....	17
I.2.3.3. Approches fréquentielles.....	18
I.2.3.4. Estimation paramétrique .....	18
I.2.4. Evaluation des résidus.....	18
I.2.5. Décision pour la localisation.....	20
I.2.6. Propriétés et performances d'un système de diagnostic.....	21
I.3. INCERTITUDES ET APPROCHES ENSEMBLISTES .....	22
I.3.1. Modélisation des incertitudes .....	22
I.3.1.1. Modélisation stochastique.....	22
I.3.1.2. Modélisation déterministe.....	23
I.3.2. Introduction à l'analyse par intervalles .....	24
I.3.2.1. Arithmétique par intervalles et opérateurs ensemblistes élémentaires.....	25
I.3.2.2. Le problème de dépendance .....	26
I.3.2.3. Effet d'enveloppement.....	27
I.4. MOTIVATIONS POUR LE DIAGNOSTIC ENSEMBLISTE .....	29
I.5. ANNONCE DU PLAN .....	31
<b>CHAPITRE II : LES ZONOTOPES : UNE CLASSE DE POLYTOPES CONVEXES .....</b>	<b>35</b>
II.1. INTRODUCTION AUX POLYTOPES.....	35
II.2. LES ZONOTOPES : UNE CLASSE PARTICULIERE DE POLYTOPES .....	36
II.2.1. Motivation pour l'étude des zonotopes.....	36
II.2.2. Zonotopes : définitions et propriétés élémentaires .....	37
II.2.2.1. Deux définitions équivalentes d'un zonotope.....	38
II.2.2.2. Convexité, symétrie, et représentativité des zonotopes .....	39
II.2.2.3. Opérateurs et propriétés élémentaires des zonotopes .....	40
II.2.2.4. Énumération des sommets et des facettes d'un zonotope .....	42
II.3. UN OPERATEUR DE REDUCTION DE COMPLEXITE .....	43
II.4. ZONOTOPES ET CALCULS D'INTERSECTIONS.....	46
II.4.1. Majoration de l'intersection entre un zonotope et une bande de contrainte .....	47
II.4.2. Correction d'un domaine prédit (zonotope) par une ou plusieurs mesures.....	48
II.4.3. Majoration par un zonotope de l'intersection entre deux zonotopes .....	49
II.5. LA NOTION DE FAMILLE DE ZONOTOPES .....	50
II.6. IMAGE D'UN ZONOTOPE PAR UNE APPLICATION NON LINEAIRE .....	51
II.6.1. Inclusion par l'extension naturelle aux intervalles.....	51
II.6.2. Accroissements finis et famille de zonotopes.....	52
II.6.3. Développement de Taylor et prise en compte des dépendances linéaires entre termes quadratiques identiques .....	52

II.7. CONCLUSION.....	54
<b>CHAPITRE III : DOMAINES ATTEIGNABLES ET ZONOTOPES.....</b>	<b>57</b>
III.1. INTRODUCTION .....	57
III.2. CALCUL DE DOMAINES ATTEIGNABLES ET GENERATION D'ENVELOPPES PAR LES ZONOTOPES .....	57
III.2.1. Cas d'un système linéaire à temps discret à entrées bornées : principe de l'algorithme .....	57
III.2.2. Approximations extérieure et intérieure des domaines atteignables.....	58
III.2.3. Approximation extérieure des états atteignables en présence d'incertitudes paramétriques .....	59
III.3. ELEMENTS DE COMPARAISON ENTRE ZONOTOPES ET ELLIPSOÏDES .....	61
III.3.1. Les ellipsoïdes et la « Ellipsoidal Toolbox » .....	61
III.3.2. Atteignabilité d'un système dynamique linéaire .....	63
III.3.3. Atteignabilité dans le cas d'un système dynamique hybride.....	67
III.3.3.1. Système Dynamique Hybride .....	68
III.3.3.2. Approximation extérieure de l'intersection entre un zonotope et un hyperplan et détection d'intersection non vide .....	70
III.3.3.3. Atteignabilité sur un exemple de système hybride .....	71
III.3.4. Bilan sur la comparaison entre zonotopes et ellipsoïdes.....	76
III.4. DOMAINES ATTEIGNABLES PAR DES SYSTEMES DYNAMIQUES LINEAIRES DONT LES ENTREES SONT BORNEES EN VALEUR ET EN VARIATION .....	79
III.4.1. Introduction en forme de discussion sur le conservatisme souvent associé aux approches ensemblistes .....	79
III.4.2. Prise en compte d'entrées bornées à variations bornées : formulation du problème .....	80
III.4.3. Réécriture du modèle pour prendre en compte les relations de dépendance.....	81
III.4.4. Application à un filtre passe-bande .....	84
III.4.5. Cas d'une entrée initialement bornée par une rampe .....	86
III.4.6. Application à un actionneur électrique .....	89
III.5. CONCLUSION .....	93
<b>CHAPITRE IV : DIAGNOSTIC PAR L'ESPACE DE PARITE DANS UN CONTEXTE ENSEMBLISTE..</b>	<b>97</b>
IV.1. INTRODUCTION .....	97
IV.2. REFORMULATION ENSEMBLISTE DE LA METHODE DE L'ESPACE DE PARITE .....	97
IV.2.1. Redondance analytique sur une fenêtre temporelle : notations .....	97
IV.2.2. Découplage parfait et découplage approximatif optimal : rappels.....	99
IV.2.3. Formulation ensembliste du problème de détection .....	101
IV.2.4. Paramétrage des bornes.....	102
IV.3. SYNTHESE DE TESTS POUR LA DETECTION ET POUR LA LOCALISATION .....	104
IV.3.1. Test pour la détection .....	104
IV.3.2. Tests pour la localisation.....	104
IV.4. ALGORITHMES DE DETECTION DE COLLISION .....	105
IV.4.1. Introduction .....	105
IV.4.2. Algorithme GJK, zonotopes, et détection d'incohérence .....	106
IV.4.3. Un algorithme sous-optimal de détection de collision pour les zonotopes .....	109
IV.5. ANALYSE A PRIORI DE LA SENSIBILITE DES TESTS DANS LES PIRES CAS .....	112
IV.5.1. Principe de l'analyse.....	112
IV.5.2. Caractérisation ensembliste des défauts (excitation) impliquant nécessairement l'activation d'un test de détection.....	113
IV.5.3. Exploitation du domaine calculé.....	115
IV.6. APPLICATION AU DIAGNOSTIC D'UNE MCC.....	116
IV.6.1. Analyse a priori de la sensibilité.....	118
IV.6.2. Détection de défauts.....	119
IV.6.3. Localisation des défauts .....	120
IV.6.4. Etude de l'influence de la taille de la fenêtre temporelle utilisée.....	121
IV.7. CONCLUSION .....	125

<b>CHAPITRE V : DIAGNOSTIC PAR OBSERVATEURS ET CALCULS D'ATTEIGNABILITE.....</b>	<b>131</b>
V.1. INTRODUCTION.....	131
V.2. OBSERVATEURS A ENTREES INCONNUES (OEI) ET ZONOTOPES .....	132
V.2.1. Elimination éventuelle de l'influence des entrées inconnues sur les mesures.....	132
V.2.2. Synthèse d'un OEI : formulation du problème et algorithme .....	133
V.2.3. Exploitation de l'OEI synthétisé pour la détection.....	136
V.2.3.1. Formulation « classique ».....	136
V.2.3.2. Formulation ensembliste.....	137
V.2.4. Extension : prise en compte d'incertitudes paramétriques .....	139
V.2.5. Application au diagnostic d'une MCC.....	144
V.3. DIAGNOSTIC PAR OBSERVATEUR ADAPTATIF ET CALCUL ENSEMBLISTE .....	149
V.3.1. Formulation du problème.....	149
V.3.2. Génération de résidus par un observateur adaptatif.....	150
V.3.2.1. Forme de calcul du générateur de résidus .....	150
V.3.2.2. Forme d'évaluation du générateur de résidus.....	151
V.3.3. Diagnostic : détection, localisation, identification des défauts.....	152
V.3.4. Prise en compte d'une excitation d'entrée non persistante .....	154
V.3.5. Application au diagnostic de défauts actionneurs d'un satellite.....	155
V.4. CONCLUSION .....	160
<b>CHAPITRE VI : CONCLUSION.....</b>	<b>165</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>173</b>
<b>ANNEXE A : LEXIQUE.....</b>	<b>185</b>
<b>ANNEXE B : CODE SOURCE GJK.....</b>	<b>189</b>

---

**RESUME :** Le diagnostic consiste à détecter, localiser et éventuellement identifier les défauts au sein d'un système. Un modèle ne représentant qu'imparfaitement la réalité, une prise en compte explicite des incertitudes est nécessaire pour mettre en œuvre des techniques de redondance analytique conduisant à un diagnostic garanti. En s'appuyant sur une représentation déterministe des incertitudes (par des intervalles et, plus particulièrement, des zonotopes, une classe particulière de polytopes), l'objet de ce travail est double : proposer une spécification des modes de fonctionnement aussi proche que possible de la connaissance disponible, d'une part, assurer la correction logique entre la spécification des modes de fonctionnement et la décision fournie, d'autre part. En s'appuyant sur des algorithmes de calcul d'atteignabilité à base de zonotopes pour limiter les problèmes de dépendance et l'effet d'enveloppement, d'une part, sur des algorithmes de détection de collision, d'autre part, l'intérêt d'une re-formulation ensembliste de plusieurs techniques de génération de résidus (indicateurs de défauts) est mise en évidence non seulement pour la synthèse de tests implantés en ligne, mais aussi pour l'aide à la conception d'un système de diagnostic (choix de seuils, analyses de sensibilité). Les approches ensemblistes permettent d'introduire la notion de découplage dans les limites fixées par les bornes. Un nombre arbitrairement grand de perturbations peut ainsi être découplé parfaitement sans contrainte de rang. Les domaines calculés permettent de borner les incertitudes dans toutes les directions de l'espace et d'obtenir des sensibilités meilleures que celles résultant de techniques projectives ou d'élimination. Le travail effectué sur les calculs d'atteignabilité débouche quant à lui sur une ouverture vers la vérification de propriétés de sûreté dans les systèmes dynamiques hybrides.

**MOTS-CLES :** Diagnostic à base de modèles, systèmes dynamiques, géométrie algorithmique, zonotopes, analyse par intervalles, atteignabilité.

---

**TITLE :** Fault diagnosis and set-membership approaches based on zonotopes

---

**SUMMARY:** Fault diagnosis consists in detecting, isolating and possibly identifying the faults occurring in a system. As a model never perfectly represent the reality, the uncertainties have to be explicitly formalized in order to implement analytical redundancy approaches providing a guaranteed diagnosis. Based on a deterministic representation of uncertainties (by intervals and, more precisely, by zonotopes, a particular class of polytopes), this work follows two main objectives: proposing a specification of operating modes which is as close as possible to the available knowledge, and ensuring the logical soundness between the specification of the operating modes and the diagnosis decision. Using reachability algorithms based on zonotopes to control the dependency problem and the wrapping effect, on the one hand, using collision detection algorithms, on the other hand, the interest in a set-membership re-formulation of several residual generation methods is put into evidence not only to design on-line tests, but also to design and analyse the properties of a fault diagnosis system (adjustment of thresholds, sensitivity analysis). Set-membership approaches allow to introduce the notion of decoupling in the limits fixed by some bounds. An arbitrary number of perturbations can then be perfectly decoupled without any rank constraint. The computed domains allow to bound the uncertainties in all the space directions and so obtain better sensitivities than those resulting from projective or elimination approaches. The work about reachability computations has lead to developments that are expected to be useful for the verification of safety properties of hybrid dynamical systems.

**KEYWORDS:** Model-based fault diagnosis, dynamic systems, algorithmic geometry, zonotopes, interval analysis, reachability.

---